



Polígonos regulares

¿Qué encontrará esta semana?



Los barriletes gigantes



Polígonos regulares: perímetro y área



Tablas de multiplicar del 1 al 10



Problemas que se resuelven utilizando el área de polígonos regulares

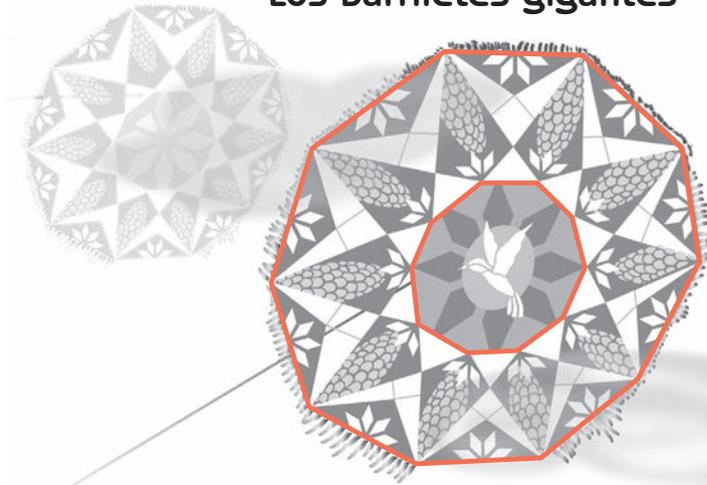
Esta semana logrará:

- ✓ Reconocer polígonos regulares en artesanías guatemaltecas.
- ✓ Identificar diferentes polígonos regulares.
- ✓ Reconocer las partes de un polígono regular.
- ✓ Deducir el área de polígonos diferentes a partir de triángulos isósceles.
- ✓ Aplicar la fórmula de perímetro y área a polígonos regulares.
- ✓ Practicar las tablas de multiplicar del 1 al 10.
- ✓ Resolver problemas de perímetro y área en polígonos regulares.
- ✓



¡Para comenzar!

Los barriletes gigantes



Sumpango y Santiago Sacatepéquez celebran el 1 de noviembre la festividad de “Todos los Santos y Fieles Difuntos” con la exposición y vuelo de barriletes gigantes.

Esta tradición está relacionada con la idea de comunicación entre los familiares vivos y los difuntos. Los barriletes representan el “estado de sueño” o la elevación de las almas de los fallecidos. También son una clase de “telegrama” hacia el mundo de los espíritus.

Una historia cuenta que los barriletes, con un zumbador instalado, alejan a los espíritus dañinos y aseguran un descanso tranquilo. En cualquier caso, son una muestra de amor y una expresión artística.

Los barriletes miden entre 3 y 16 metros de diámetro. Si el viento lo permite, pueden volar los que miden hasta 6 metros.

Tienen forma de polígono regular (todos sus lados son iguales). La estructura está hecha con cañas de bambú y forrada con papel de china de distintos colores. Cada barrilete tiene una decoración que combina dibujos geométricos detallados con imágenes que muestran la cultura maya.

Texto adaptado de “Los barriletes gigantes”. Celso Lara y Roberto Chacón

¡A trabajar!

Describe cómo celebran con su familia el Día de los Santos.



El mundo de la matemática

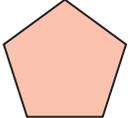
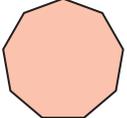
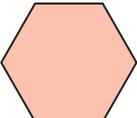
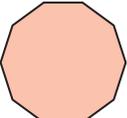
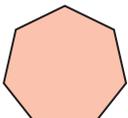
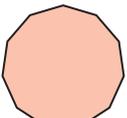
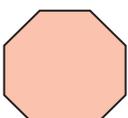
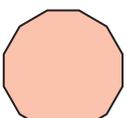
1. Polígonos regulares

lados y ángulos iguales

Un polígono es una figura plana y cerrada formada por líneas rectas. Decimos que es "cerrada" porque todas las líneas están conectadas.

Los polígonos pueden ser regulares e irregulares. En los **polígonos regulares**, todos los lados tienen la misma longitud y todos los ángulos interiores son de la misma medida. Los **polígonos irregulares** tienen todos o algunos lados y ángulos de diferentes medidas.

Esta semana estudiaremos los polígonos regulares que reciben nombres especiales según su número de lados. Fíjese en la tabla y memorícelos.

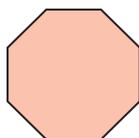
	pentágono 5 lados		nonágono 9 lados
	hexágono 6 lados		decágono 10 lados
	heptágono 7 lados		endecágono 11 lados
	octágono 8 lados		dodecágono 12 lados

Los polígonos de 13 lados o más, se nombran según el número de lados, por ejemplo: el polígono de 15 lados se nombra *polígono regular de 15 lados*.

Ejercicio 1

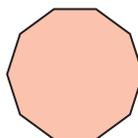
Cuente los lados de cada polígono y escriba su nombre. Tiene un ejemplo.

0)



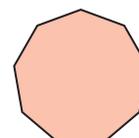
octágono

1)



.....

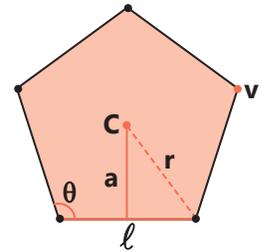
2)



.....

1.1 Elementos de un polígono regular

Conocer e identificar los elementos de un polígono regular le ayudará a construir polígonos regulares exactos y calcular su perímetro y área.



Lea cada definición e identifíquela en la figura.

- **lados (l):** líneas rectas que forman el polígono y que tienen la misma longitud.
- **vértices (v):** puntos donde se unen dos lados del polígono.
- **centro (C):** punto interior que está a la misma distancia de cada vértice.
- **radio (r):** línea recta que va del centro a cada vértice.
- **apotema (a):** distancia del centro al punto medio de uno los lados.
- **ángulos internos (θ):** son aberturas que se forman entre los lados del polígono, todos tienen la misma medida.

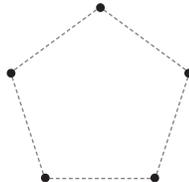
➔ Ejercicio 2

A. Repase con su lápiz los lados de cada polígono. Utilice la regla.

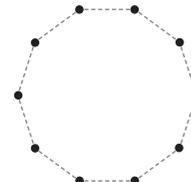
0)



1)

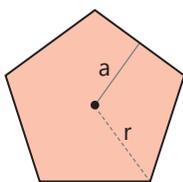


2)

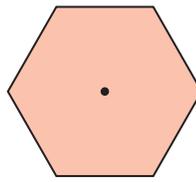


B. Utilice regla y lápiz para trazar una apotema y un radio en cada polígono. Tiene un ejemplo.

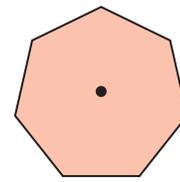
0)



1)



2)

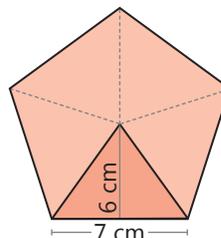


C. ¿Qué diferencia hay entre el radio y la apotema de un polígono?

1.2 Polígonos regulares y triángulos isósceles

Los polígonos regulares tienen una característica en común: todos se pueden descomponer en triángulos isósceles iguales, tantos, como lados tenga el polígono.

Observe cómo el pentágono de la derecha está dividido en 5 triángulos. La altura de cada triángulo corresponde a la apotema del pentágono y la base es la medida del lado, es decir:



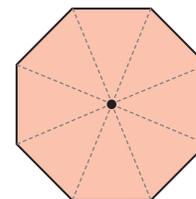
Recuerde que un triángulo isósceles tiene dos ángulos y dos lados iguales.

- Si la altura del triángulo mide 6 cm, la apotema también mide 6 cm.
- Si la base del triángulo mide 7 cm, el lado también mide 7 cm.

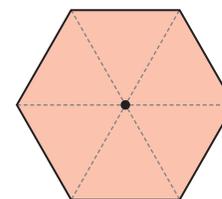
Ejercicio 3

Repase con su lápiz las líneas punteadas que van desde el centro al vértice de cada polígono, luego conteste las preguntas.

- ¿Cuántos lados tiene el polígono?
 - ¿Qué nombre recibe el polígono?
 - ¿Cuántos triángulos isósceles se forman?
 - Si la altura del triángulo es de 5 cm, ¿cuánto mide la apotema?
.....
 - ¿Cuánto mide la base del triángulo, si los lados del polígono miden 4 cm?



- ¿Cuántos lados tiene el polígono?
 - ¿Qué nombre recibe el polígono?
 - ¿Cuántos triángulos isósceles se forman?
 - Si la base de cada triángulo mide 8 cm, ¿cuánto mide cada lado del hexágono?
 - ¿Cuánto mide la altura del triángulo, si la apotema mide 10 cm?
.....

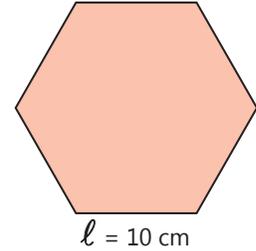


2. Perímetro y área de polígonos regulares

2.1 Perímetro de los polígonos

El perímetro de un polígono es la medida de su contorno, se representa por la letra **P**. Si **n** es el número de lados que tiene un polígono y **ℓ** es la medida de cada lado, el perímetro lo obtenemos multiplicando el número de lados por la medida del lado (**ℓ**).

$$P = n \times \ell$$



Se lee: *el perímetro de un polígono es igual a n por la medida del lado.*

Por ejemplo

Si el hexágono de la figura mide 10 cm por lado ($\ell = 10$), ¿cuánto mide su perímetro?

Antes de aplicar la fórmula debemos responder las preguntas:

- ¿Cuántos lados tiene un hexágono? **un hexágono tiene 6 lados**
- ¿Cuánto vale n? **n = 6**

Con la información anterior calculamos el perímetro.

- Copiamos la fórmula $P = n \times \ell$
- Sustituimos los datos $P = 6 \times 10 \text{ cm}$
- Operamos $P = 60 \text{ cm}$
- Escribimos la respuesta: **el hexágono tiene un perímetro de 60 cm.**

Ejercicio 4

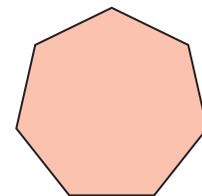
Calculamos el perímetro de un heptágono que mide 3 cm por lado.

Respondamos las preguntas:

- ¿Cuántos lados tiene un heptágono?
- ¿Cuánto vale "n"?

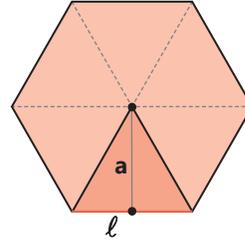
Calculamos el perímetro

- Copiamos la fórmula $P = n \times \ell$
- Sustituimos los datos $P = \dots \times \dots$
- Operamos $P = \dots \text{ cm}$
- Escribimos la respuesta: **el heptágono tiene un perímetro de cm.**



2.2 Área de los polígonos

Según aprendimos en el apartado 1.2 (polígonos regulares y triángulos isósceles), todos los polígonos regulares se pueden descomponer en triángulos isósceles iguales, así que para calcular el área de un polígono regular, multiplicamos el número de triángulos por el área de uno de estos. Veamos:



La base del triángulo es la medida del lado (ℓ) del polígono y su altura es la medida de la apotema (a). El área de este triángulo es:

$$A = \frac{\ell \times a}{2}$$

Ya vimos que n es el número de lados de un polígono, por lo tanto n también es el número de triángulos del polígono. Al multiplicar el número de triángulos por el área de un triángulo, obtenemos:

$$A = \frac{n \times \ell \times a}{2} \quad \text{primera fórmula}$$

Esta es la fórmula para calcular el área de cualquier polígono y se lee: *el área de un polígono es igual a la mitad del producto del número de lados por la longitud de un lado por la apotema.*

Si observamos la fórmula vemos que el producto " $n \times \ell$ " equivale al perímetro del polígono ($P = n \times \ell$). Si en lugar del producto escribimos P , obtenemos:

$$A = \frac{n \times \ell \times a}{2}$$

$$A = \frac{P \times a}{2} \quad \text{segunda fórmula}$$

Esta es otra fórmula para calcular el área de un polígono, se lee así: *el área de un polígono es igual a perímetro por apotema dividido dos.*

Para resolver un problema, puede aplicar la fórmula que más le convenga, llegará al mismo resultado, pero tome en cuenta las recomendaciones siguientes:

- Si el problema proporciona el número de lados (n), la longitud del lado (ℓ) y el valor de la apotema (a), conviene utilizar la primera fórmula.
- Si el problema proporciona el valor de la apotema (a) y el valor del perímetro (P) o ya lo calculamos, conviene utilizar la segunda fórmula.



Recuerde que la fórmula del área de un triángulo es:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Ejemplo

Laura necesita tela y encaje para elaborar un tapete en forma de octágono de 21 cm por lado y 25 cm de apotema. El encaje servirá para adornar la orilla. ¿Cuánto encaje y cuánta tela debe comprar?

Para ayudarle a resolver este problema, le recomendamos utilizar el esquema siguiente.

Extraiga los datos del problema y anótelos en una tabla:

nombre del polígono	número de lados (n)	longitud del lado (ℓ)	valor de la apotema (a)
octágono	8	21 cm	25 cm

Reflexionar: ¿cómo puedo resolver el problema con los datos anteriores?

La cantidad de encaje se obtiene por medio del perímetro.

- Copiamos la fórmula $P = n \times \ell$
- Sustituimos los datos $P = 8 \times 21 \text{ cm}$
- Operamos $P = 168 \text{ cm}$
- Escribimos la respuesta: **Laura debe comprar 168 cm de encaje.**

Ahora calculemos la cantidad de tela por medio del área.

Como ya conocemos el perímetro de la figura, podemos utilizar la segunda fórmula para calcular el área.

- Copiamos la fórmula $A = \frac{P \times a}{2}$
- Sustituimos los datos $A = \frac{(168 \text{ cm})(25 \text{ cm})}{2}$
- Operamos $A = \frac{(168 \times 25)(\text{cm} \times \text{cm})}{2}$
- $A = \frac{4200 \text{ cm}^2}{2}$
- $A = 2100 \text{ cm}^2$
- Escribimos la respuesta: **Laura debe comprar 2100 cm² de tela.**

Ejercicio 5

1) Un hexágono mide 10 cm por lado. ¿Cuál es el perímetro?

Extraemos los datos y los anotamos en la tabla:

nombre del polígono	número de lados (n)	longitud del lado (ℓ)

- Copiamos la fórmula $P = n \times \ell$
- Sustituimos los datos $P = \dots \times \dots$
- Operamos $P = \dots \text{ cm}$
- Escribimos la respuesta: **el perímetro del hexágono es**

2) Los vecinos de una comunidad quieren construir un jardín en forma de pentágono regular que mide 15 m por lado y 10 m de apotema. Si desean colocar una baranda alrededor y cubrir la superficie con grama, ¿cuántos metros de baranda y cuántos metros cuadrados de grama deben comprar?

Extraemos los datos y los anotamos en la tabla:

nombre del polígono	número de lados (n)	longitud del lado (ℓ)	valor de la apotema (a)

Calculamos la cantidad de baranda con la fórmula de perímetro:

- Copiamos la fórmula $P = n \times \ell$
- Sustituimos los datos $P = \dots \times \dots$
- Operamos $P = \dots \text{ m}$
- Escribimos la respuesta: **hay que comprar** **m de baranda.**

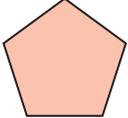
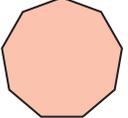
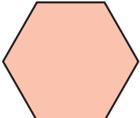
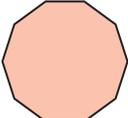
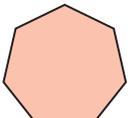
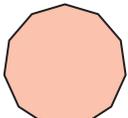
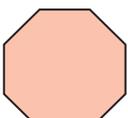
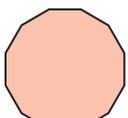
Calculamos la cantidad de grama con la fórmula de área:

- Copiamos la fórmula de área $A = \frac{P \times a}{2}$
- Sustituimos los datos $A = \frac{(\dots \text{ m})(\dots \text{ m})}{2}$
- Operamos $A = \frac{(\dots \times \dots)(\dots \times \dots)}{2}$
 $A = \frac{750 \text{ m}^2}{2}$
 $A = \dots \text{ m}^2$
- Escribimos la respuesta: **hay que comprar** **m² de grama.**



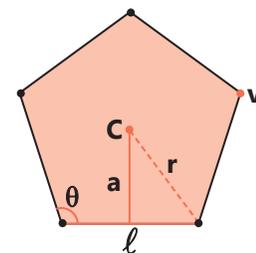
Resumen

1. Un polígono regular es una figura de líneas rectas, plana y cerrada, cuyos lados y ángulos miden lo mismo. Reciben nombres especiales por su número de lados. Memorícelos:

 pentágono 5 lados	 nonágono 9 lados
 hexágono 6 lados	 decágono 10 lados
 heptágono 7 lados	 endecágono 11 lados
 octágono 8 lados	 dodecágono 12 lados

1.1 Elementos de un polígono regular

- lados (ℓ)
- radio (r)
- vértices (v)
- apotema (a)
- centro (C)
- ángulos internos (θ)



2. Perímetro y área de polígonos regulares

2.1 Perímetro

El perímetro de un polígono es la medida de su contorno. El perímetro lo obtenemos multiplicando el número de lados por la medida del lado.

$$P = n \times \ell$$

2.2 Área

Las fórmulas para calcular el área de un polígono son dos:

1) Para aplicar esta fórmula se necesita el número de lados del polígono, la medida de un lado y de la apotema.

$$A = \frac{n \times \ell \times a}{2}$$

2) Para aplicar esta fórmula se necesita la medida del perímetro y de la apotema del polígono.

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

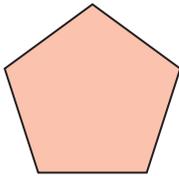


Autocontrol

Actividad 1. Demuestre lo aprendido

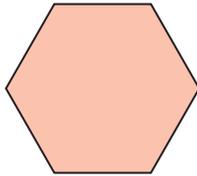
A. Escriba debajo de cada figura el nombre del polígono. Tiene un ejemplo.

0)

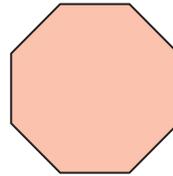


pentágono

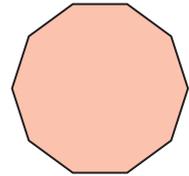
1)



2)

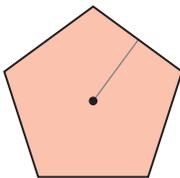


3)

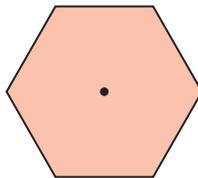


B. Trace la apotema en los polígonos. Tiene un ejemplo.

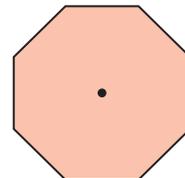
0)



1)

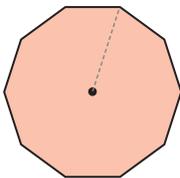


2)

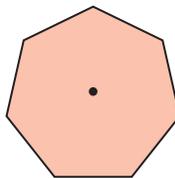


C. Trace un radio en cada polígono. Tiene un ejemplo.

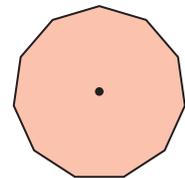
0)



1)



2)



D. Rellene el círculo de la respuesta correcta a cada pregunta. Tiene un ejemplo.

0) ¿Cómo se llama el polígono de cinco lados iguales?

- cuadrado
 pentágono
 hexágono

1) ¿Cómo se llama el polígono de nueve lados?

- decágono
 nonágono
 hexágono

2) ¿Cómo se llama el polígono regular de seis lados?

- pentágono
 hexágono
 heptágono

3) ¿Cuántos triángulos isósceles se forman en un pentágono?

- cinco
 diez
 no se sabe

➔ Actividad 2. Practique lo aprendido

A. Calcule el **perímetro** de cada polígono. Utilice las medidas indicadas.

1) Pentágono de 6 cm por lado.

polígono	n	l

- Copiamos la fórmula $P = n \times l$
- Sustituimos los datos
- Operamos

2) Hexágono de 8 cm por lado.

polígono	n	l

- Copiamos la fórmula $P = n \times l$
- Sustituimos los datos
- Operamos

B. Calcule el **área** de los polígonos. Utilice las medidas indicadas.

1) Octágono de 5 cm por lado y 6 cm de apotema.

polígono	n	l	a

- Copiamos la fórmula $A = \frac{n \times l \times a}{2}$
- Sustituimos los datos en la fórmula
- Operamos

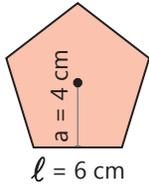
2) Decágono de 3 cm por lado y 4 cm de apotema.

polígono	n	l	a

- Copiamos la fórmula $A = \frac{n \times l \times a}{2}$
- Sustituimos los datos en la fórmula
- Operamos

C. Calcule el perímetro y área de los polígonos regulares. Tiene un ejemplo.

0)



polígono	n	l	a
pentágono	5	6 cm	4 cm

$$P = n \times l$$

$$P = 5 \times 6 \text{ cm}$$

$$P = 30 \text{ cm}$$

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

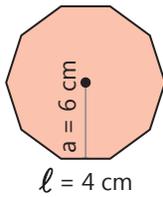
$$A = \frac{(30 \text{ cm})(4 \text{ cm})}{2}$$

$$A = \frac{(30 \times 4)(\text{cm} \times \text{cm})}{2}$$

$$A = \frac{120 \text{ cm}^2}{2}$$

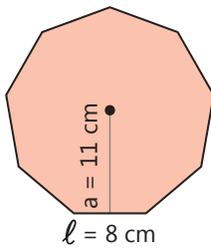
$$A = 60 \text{ cm}^2$$

1)



polígono	n	l	a

2)



polígono	n	l	a



Agilidad de cálculo mental

A. Ejercite las tablas del 1 al 10 con las siguientes multiplicaciones. No copie y trate de realizarlo lo más rápido posible. ¡Ánimo!

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1) $3 \times 2 =$ | 9) $4 \times 8 =$ | 17) $5 \times 6 =$ |
| 2) $1 \times 9 =$ | 10) $2 \times 6 =$ | 18) $3 \times 3 =$ |
| 3) $5 \times 3 =$ | 11) $9 \times 4 =$ | 19) $7 \times 9 =$ |
| 4) $4 \times 2 =$ | 12) $7 \times 6 =$ | 20) $5 \times 5 =$ |
| 5) $2 \times 9 =$ | 13) $3 \times 8 =$ | 21) $9 \times 8 =$ |
| 6) $5 \times 4 =$ | 14) $8 \times 6 =$ | 22) $5 \times 8 =$ |
| 7) $8 \times 5 =$ | 15) $7 \times 4 =$ | 23) $9 \times 6 =$ |
| 8) $7 \times 8 =$ | 16) $5 \times 7 =$ | 24) $6 \times 7 =$ |

B. Complete la tabla. Escriba el número de lados de cada polígono. Luego, calcule el perímetro según la medida que se indica. Tiene un ejemplo.

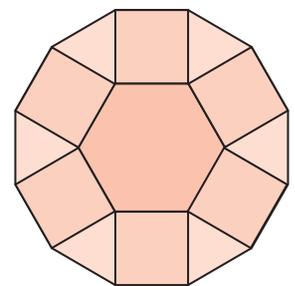
polígono	n	ℓ	$P = n \times \ell$	respuesta
pentágono	5	6 m	$P = 5 \times 6 \text{ m}$	$P = 30 \text{ m}$
heptágono		8 m		
endecágono		4 m		
heptágono		4 cm		
octágono		8 cm		
dodecágono		3 cm		
hexágono		9 pies		
decágono		5 pies		



Razonamiento lógico

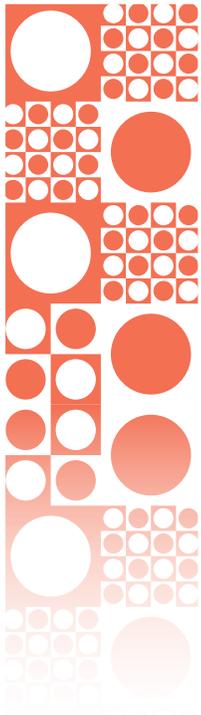
Resuelva los problemas.

- 1) Las 8 ventanas de una iglesia tienen forma de octágono y miden 1 metro por lado. Se desea colocar un marco de metal a todas las ventanas, ¿cuántos metros de metal se debe comprar?
- 2) Una mesa está formada por 7 hexágonos regulares. Cada hexágono mide 6 cm por lado y la apotema 10 cm. ¿Cuál es el área total de la mesa?
- 3) El telescopio Hobby–Eberly en Fort Davis, Texas, es el telescopio óptico más grande de América del Norte. El espejo principal del telescopio está formado por 91 espejos pequeños en forma de hexágono con longitudes de 0.5 metros por lado y 0.8 metros de apotema. Halle el área de uno de los espejos pequeños.
- 4) Todas las mañanas Verónica corre 12 veces alrededor de un parque en forma de hexágono que mide 5 metros por lado. ¿Qué distancia corre en total?
- 5) Cierta fábrica produce ladrillos con forma de hexágonos regulares. El lado de cada ladrillo mide 6 pulgadas y la apotema 5 pulgadas.
 - a. ¿Cuál es el área de cada ladrillo?
 - b. ¿Cuántos ladrillos se necesitan para cubrir un área de 4500 pulgadas cuadradas?
- 6) Una empresa fabrica sombrillas de playa. Para ello usa tela cortada en forma de polígono regular. Calcule la cantidad de tela que necesita para fabricar 36 sombrillas de 10 lados, cada lado mide 16 cm y la apotema 25 cm.
- 7) Una pequeña red está construida con cien hexágonos de 8 cm por lado y 10 cm de apotema. ¿Cuál es el área de la red?
- 8) Jorge se dedica a la elaboración de barriletes. Para mantener la forma de cada barrilete le coloca un hilo fuerte en su perímetro. Si debe entregar un pedido de 250 barriletes en forma de hexágono de 0.3 metros por lado, ¿cuántos metros de hilo debe comprar?
- 9) Un jardín tiene forma pentagonal de 2 metros por lado. A su alrededor se colocará una hilera de ladrillos, cada ladrillo mide 0.2 metros por lado. ¿Cuántos ladrillos se necesitan para rodearlo?
- 10) Un barrilete tiene forma de dodecágono, como muestra la figura. Está formado por cuadrados, triángulos equiláteros y un hexágono en el centro. El hexágono mide 90 cm de perímetro y 13 cm de apotema.
 - a. ¿Cuánto papel se necesitó para elaborar los cuadrados?
 - b. Si la altura de los triángulos es 13 cm, ¿cuánto papel se necesitó para elaborarlos?
 - c. ¿Cuánto papel se necesitó para elaborar el hexágono?
 - d. ¿Cuánto papel se necesitó para elaborar todo el barrilete?



Desarrolle nuevas habilidades

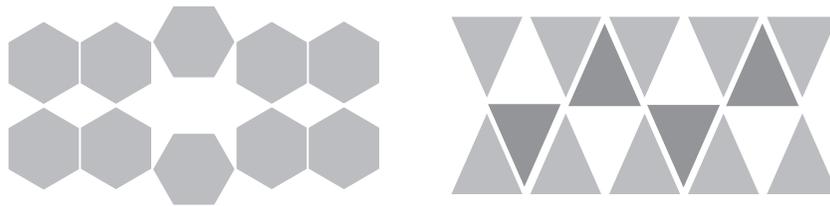
Mosaicos



Los mosaicos son **patrones repetitivos** de polígonos regulares o irregulares que encajan uno con otro y cubren un plano sin superponerse y sin dejar espacios vacíos.

Todas las culturas han utilizado mosaicos para recubrir suelos y paredes como forma de expresión artística: tapices, alfombras, bordados, etc.

Observe los mosaicos.



Conviértase en un artista y elabore un mosaico. Necesita: una hoja tamaño carta en blanco, retazos de papeles de colores, lápiz, regla, tijeras y goma.

Siguiendo como patrón la forma de los polígonos regulares que aprendimos en la semana, realice un mosaico en la hoja. Recorte tantos polígonos como necesite, en diferentes colores, y colóquelos en la hoja para formar un patrón repetitivo que la cubra totalmente.



Revise su aprendizaje

Marque con un cheque la casilla que mejor indique su rendimiento.

	logrado	en proceso	no logrado
Después de estudiar...	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>