



## La pirámide

### ¿Qué encontrará esta semana?



Construcciones curiosas



La pirámide: área y volumen



Agilidad de cálculo mental



Completar series numéricas y problemas de área y volumen de la pirámide.

### Esta semana logrará:

- ✓ Identificar una pirámide y sus partes.
- ✓ Clasificar pirámides por su base.
- ✓ Calcular el área y el volumen de las pirámides.
- ✓ Practicar el cálculo mental.
- ✓ Resolver problemas aplicando las fórmulas de área y volumen.
- ✓ .....



## ¡Para comenzar!

### Construcciones curiosas

Alrededor del mundo y en distintas épocas, se han construido edificios en forma de pirámide. Vámonos de viaje y conozcámoslas:

La pirámide de El Gran Jaguar está ubicada en la plaza central de Tikal, Petén. Fue construida por los mayas en honor a Garra de Jaguar, gobernante que rescató el poder de la ciudad, luego de ser invadida.



El Gran Jaguar: templo I de Tikal, Petén  
<http://worldraider.wordpress.com>

Las pirámides clásicas de Egipto fueron construidas en el año 2500 a. C. Sus caras son lisas. Las más célebres son las pirámides de Keops, Kefren y Micerino, construidas en la meseta de Guiza, cerca de El Cairo.



pirámide Kefren, Egipto  
<http://egipto.travelguia.net>

La Pirámide del Museo del Louvre está situada en el patio del Museo del Louvre, en París, Francia y sirve como entrada al edificio. Tiene una altura de 21.6 m y un total de 673 paneles de vidrio laminado transparente.



pirámide del Museo de Louvre, París  
[www.giratodirecto.com](http://www.giratodirecto.com)

El edificio NOAH, en Estados Unidos, está diseñado como una pequeña ciudad flotante resistente a inundaciones y huracanes. Tiene forma de pirámide y con espacio para 40,000 personas.



edificio Noah, Estado Unidos  
[www.informa2web.com](http://www.informa2web.com)

### ¡A trabajar!

Responda en su cuaderno. ¿Qué objetos o construcciones conoce en forma de pirámide?



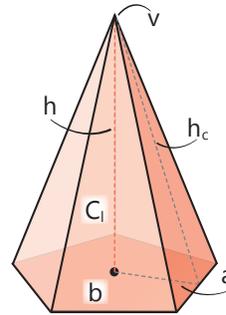
# El mundo de la matemática

## 1. La pirámide

Una pirámide se define como un cuerpo geométrico formado por un polígono llamado base y caras que son triángulos isósceles unidos en un punto llamado vértice.

En una pirámide podemos distinguir estos elementos:

- **Base (b):** polígono donde descansa la pirámide.
- **Caras laterales (C<sub>l</sub>):** triángulos que se unen en el vértice de la pirámide. El número de caras laterales es igual al número de lados de la base.
- **Vértice de la pirámide (v):** es el punto superior donde se unen las caras laterales.
- **Altura de la pirámide (h):** distancia del vértice de la pirámide al centro de la base.
- **Altura de la cara (h<sub>c</sub>):** distancia del centro de un lado de la base hasta el vértice de la pirámide.
- **Apotema (a):** distancia del centro de la base hasta el centro de uno de sus lados.



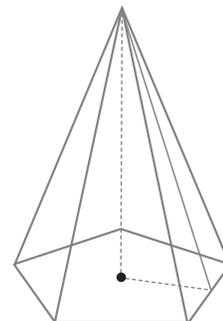
Esta semana estudiaremos las pirámides regulares, es decir aquellas que tienen un polígono regular como base (todos sus lados iguales) y las caras son triángulos isósceles (dos lados iguales y uno desigual).



### Ejercicio 1

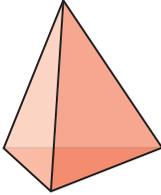
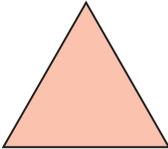
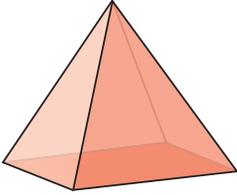
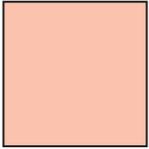
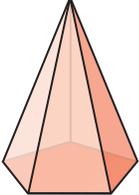
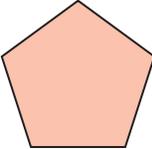
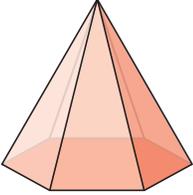
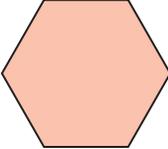
Realice las actividades.

- 1) Dibuje con su lápiz un punto grueso en el vértice de la pirámide.
- 2) Pinte de color azul la altura de la cara.
- 3) Pinte de color rojo la altura de la pirámide.
- 4) Pinte de color negro la apotema de la base.
- 5) Pinte de color verde las caras.



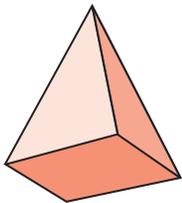
## 1.1 Clasificación de las pirámides regulares

Las pirámides regulares se clasifican según la forma de la base. Veamos algunos ejemplos.

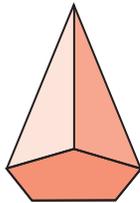
	pirámide	base
<b>Pirámide triangular:</b> 3 caras y la base formada por un triángulo.		
<b>Pirámide cuadrangular:</b> 4 caras y la base formada por un cuadrado.		
<b>Pirámide pentagonal:</b> 5 caras y la base formada por un pentágono.		
<b>Pirámide hexagonal:</b> 6 caras y la base formada por un hexágono.		

### ➔ Ejercicio 2

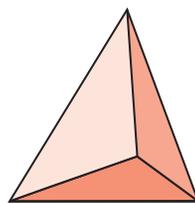
Escriba el nombre de la pirámide según el polígono de la base. Tiene un ejemplo.



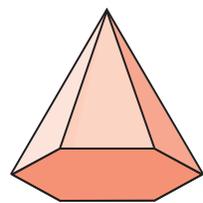
0) pirámide  
cuadrangular



1) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



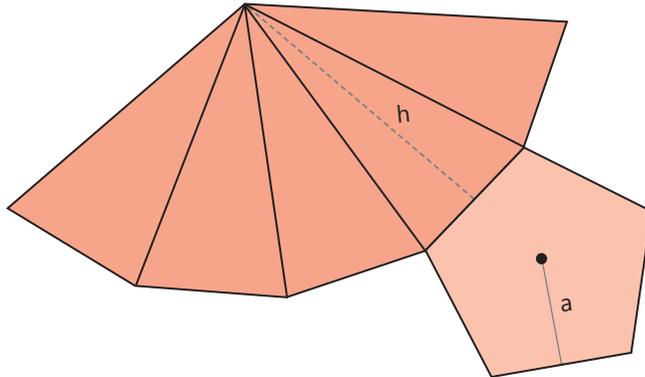
2) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



3) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## 2. Área de una pirámide regular

Al igual que el cubo y el cilindro, una pirámide se puede descomponer extendiéndola sobre un plano, como se muestra en la figura.



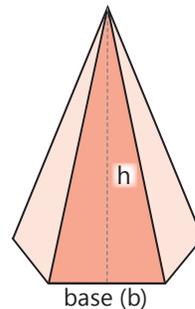
Su área es la cantidad de superficie que ocupa. Está formada por la base y las caras laterales. Para calcularla, debemos hacerlo en dos pasos, primero hallamos el área de la base ( $A_b$ ) y después el área lateral ( $A_l$ ).

**Área de la base ( $A_b$ )**, siempre que la base sea un polígono regular, se utiliza la fórmula:

$$A_b = \frac{n \times \ell \times a}{2}$$

**Área lateral ( $A_l$ )**, se compone de las caras de la pirámide. Para hallarla, primero calculamos el área de una cara ( $A_c$ ), como es un triángulo, entonces utilizamos la fórmula:

$$A_c = \frac{b \times h}{2}$$



Luego el resultado del área de una cara se multiplicará por el número de caras ( $n$ ) que tiene la pirámide. Entonces la fórmula del **área lateral** es:

$$A_l = n \cdot A_c$$

**Área total de la pirámide**, es la suma del área de la base y del área lateral.

$$A_t = A_b + A_l$$

Para simplificar el procedimiento del cálculo es mejor escribir  $n \cdot A_c$ , entonces la fórmula de área total de la pirámide que utilizaremos es:

$$A_t = A_b + (n \cdot A_c)$$

La fórmula se lee: *área de una pirámide es igual al área de la base más el área de una cara lateral multiplicada por el número de caras.*

### Ejemplo

Una cooperativa fabrica velas con forma de pirámide cuadrangular y quiere empaclarlas. Si la cara de la pirámide tiene una altura de 6 cm y el lado de la base mide 5 cm, ¿cuánto papel se necesita para empaclar cada vela?



Analicemos el problema respondiendo las preguntas:

- ¿Qué nos pide el problema?

Calcular cuánto papel se utiliza para envolver cada vela. Para obtener el resultado, es necesario saber cuál es el área total.

- ¿Que datos tenemos?

pirámide	n	$\ell$	$h_c$
cuadrangular	4	5 cm	6 cm

Con los datos anteriores calculamos el área total.

Área de la base:

- Como la base es un cuadrado, la fórmula es  $A_b = \ell^2$
- Sustituimos el dato  $A_b = (5 \text{ cm})^2$
- Operamos  $A_b = (5 \times 5)(\text{cm} \times \text{cm})$
- Escribimos la respuesta  **$A_b = 25 \text{ cm}^2$**

Área lateral:

- Para hallar el área lateral, primero calculamos el área de una cara  $A_c = \frac{b \times h}{2}$
- Sustituimos los datos  $A_c = \frac{(5 \text{ cm})(6 \text{ cm})}{2}$
- Operamos  $A_c = \frac{(5 \times 6)(\text{cm} \times \text{cm})}{2}$
- $A_c = \frac{30 \text{ cm}^2}{2}$
- Escribimos la respuesta  **$A_c = 15 \text{ cm}^2$**

Área total:

- Copiamos la fórmula  $A_t = A_b + (n \cdot A_c)$
- Sustituimos los datos  $A_t = 25 \text{ cm}^2 + (4 \cdot 15 \text{ cm}^2)$
- Operamos  $A_t = 25 \text{ cm}^2 + 60 \text{ cm}^2$
- **$A_t = 85 \text{ cm}^2$**
- Escribimos la respuesta: **para empaclar cada vela se necesitan 85 cm<sup>2</sup> de papel.**

## Ejercicio 3

Resuelva los problemas.

- 1) Se desea elaborar una pirámide de base octagonal con las medidas siguientes: el lado 3 m, la apotema 5 m y la altura de las caras 4 m, ¿qué cantidad de cartón se necesita?

Analizamos el problema con las preguntas:

- ¿Qué nos pide el problema?  
La cantidad de cartón necesario para construir una pirámide octagonal.
- ¿Qué datos tenemos?

pirámide	n	$\ell$	a	$h_c$
octagonal		3 m	5 m	4 m

Área de la base:

- Copiamos la fórmula del área del octágono

$$A_b = \frac{n \times \ell \times a}{2}$$

- Sustituimos los datos y operamos

$$A_b = \frac{(\quad)(\quad \text{ m})(\quad \text{ m})}{2}$$

$$A_b = \frac{\quad \text{ m}^2}{2}$$

- Escribimos la respuesta

$$A_b = \dots \text{ m}^2$$

Área lateral:

- Primero calculamos el área de una cara

$$A_c = \frac{b \times h}{2}$$

- Sustituimos los datos y operamos

$$A_c = \frac{(\quad \text{ m})(\quad \text{ m})}{2}$$

- Escribimos la respuesta

$$A_c = \dots \text{ m}^2$$

Área total:

- Copiamos la fórmula

$$A_t = A_b + (n \cdot A_c)$$

- Sustituimos los datos

$$A_t = \dots \text{ m}^2 + (\dots \cdot \dots \text{ m}^2)$$

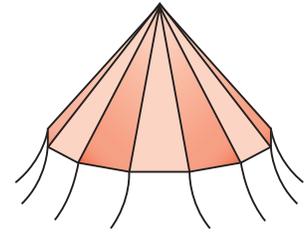
- Realizamos los cálculos

$$A_t = \dots \text{ m}^2 + \dots \text{ m}^2$$

$$A_t = \dots \text{ m}^2$$

- Escribimos la respuesta: **se necesitan**  $\dots \text{ m}^2$  **de cartón.**

- 2) Se necesita pintar la carpa de un circo que tiene forma de pirámide de dodecagonal, la base mide 5 metros por lado, la altura de una cara es 20 metros. Si un galón de pintura cubre 50 m<sup>2</sup>, ¿cuántos galones de pintura se deben comprar?



Analizamos el problema con las preguntas:

- ¿Qué nos pide el problema?

Calcular la cantidad de pintura necesaria para pintar la carpa de un circo. Para resolverlo, solo necesitamos saber cuál es el área lateral.

- ¿Qué datos tenemos?

pirámide	n	ℓ	h <sub>c</sub>
dodecagonal			

Área de una cara:

- Escribimos la fórmula  $A_c = \frac{b \times h}{2}$
- Sustituimos los datos en la fórmula  $A_c = \frac{(\quad \text{m})(\quad \text{m})}{2}$
- Operamos  $A_c = \frac{(\quad \times \quad)}{2}$   
 $A_c = \frac{\quad \text{m}^2}{2}$
- Escribimos la respuesta  $A_c = \dots \text{m}^2$

Área lateral:

- Copiamos la fórmula  $A_l = n \cdot A_c$
- Sustituimos los datos  $A_l = \dots \cdot \dots \text{m}^2$
- Operamos y obtenemos la respuesta  $A_l = \dots \text{m}^2$

Para calcular la cantidad de pintura, utilizamos una regla de tres simple.

área	galones de pintura
50 m <sup>2</sup>	1
600 m <sup>2</sup>	x

- Operamos  $x = \frac{600 \times 1}{50} = \frac{600}{50} = \dots$
- Escribimos la respuesta: **se deben comprar** ..... **galones de pintura.**

### 3. Volumen de la pirámide

espacio que ocupa

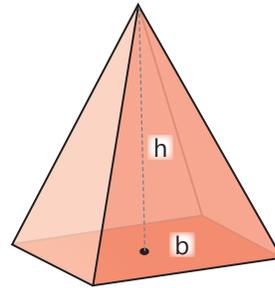
El volumen de una pirámide es la cantidad de espacio que ocupa. La fórmula para calcularlo es:

$$V = \frac{A_b \times h}{3}$$

La fórmula se lee: *volumen de una pirámide es igual al área base por la altura de la pirámide, dividido tres.*

$A_b$  = área de la base (polígono regular)

h = altura de la pirámide.



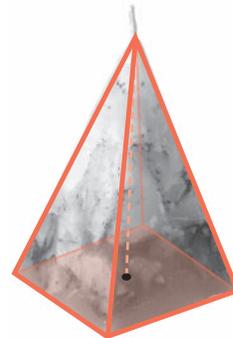
Para aplicar la fórmula debemos calcular primero el área de la base.



**Atención:** la altura de la pirámide es diferente a la altura de las caras.

#### Ejemplo

En la cooperativa donde fabrican velas tienen un pedido de velas con forma de pirámide cuadrangular. Si la base mide 10 cm por lado y la altura es de 12 cm, ¿qué cantidad de parafina se necesita para fabricar una vela?



Analizamos el problema con las preguntas:

- ¿Qué nos pide el problema?

Determinar la cantidad de parafina para elaborar una vela. Para esto, necesitamos saber cuál es el volumen.

- ¿Qué datos tenemos?

pirámide	$\ell$	h
cuadrangular	10 cm	12 cm

Primero calculamos el área de la base:

- Copiamos la fórmula del área del cuadrado  $A_b = \ell^2$
- Sustituimos los datos en la fórmula  $A_b = (10 \text{ cm})^2$
- Operamos  $A_b = (10 \times 10)(\text{cm} \times \text{cm})$
- Escribimos la respuesta  **$A_b = 100 \text{ cm}^2$**

Ahora sí calculamos el volumen:

- Copiamos la fórmula:  $V = \frac{A_b \times h}{3}$
- Sustituimos los datos:  $V = \frac{(100 \text{ cm}^2)(12 \text{ cm})}{3}$
- Realizamos los cálculos:  $V = \frac{(100 \times 12)(\text{cm}^2 \times \text{cm})}{3}$   
 $V = \frac{1200 \text{ cm}^3}{3}$   
 $V = 400 \text{ cm}^3$

Escribimos la respuesta: **se necesitan 400 cm<sup>3</sup> de parafina para fabricar una vela.**

## ➔ Ejercicio 4

Calcule el volumen de una pirámide cuadrangular de 5 cm por lado y 6 cm de altura.

Anotamos los datos en la tabla:

pirámide	$\ell$	h
cuadrangular		

Área de la base:

- Copiamos la fórmula  $A_b = \ell^2$
- Sustituimos los datos  $A_b = (\dots)^2$
- Operamos  $A_b = (\dots \times \dots)(\text{cm} \times \text{cm})$
- Escribimos la respuesta  $A_b = \dots \text{ cm}^2$

Calculamos el volumen:

- Copiamos la fórmula  $V = \frac{A_b \times h}{3}$
- Sustituimos los datos  $V = \frac{(\dots)(\dots)}{3}$
- Operamos  $V = \frac{(\dots \times \dots)(\dots \times \dots)}{3}$   
 $V = \frac{\dots \text{ cm}^3}{3}$   
 $V = \dots \text{ cm}^3$
- Escribimos la respuesta: **el volumen de la pirámide es** ..... **cm<sup>3</sup>.**

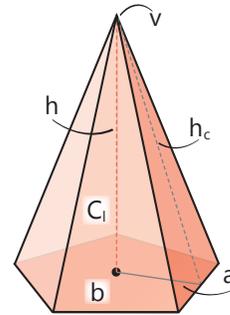


## Resumen

1. Una **pirámide** es un cuerpo geométrico formado por un polígono regular llamado base y caras que son triángulos isósceles unidos en un punto llamado vértice.

En una pirámide podemos distinguir estos elementos:

- vértice de la pirámide ( $v$ )
- altura de la pirámide ( $h$ )
- altura de la cara ( $h_c$ )
- caras laterales ( $C_l$ )
- base ( $b$ )
- apotema ( $a$ )



2. El **área total** de una pirámide es la suma del área de la base más el área lateral:  $A_t = A_b + A_l$

**Área de la base**, siempre que la base sea un polígono regular, el área se calcula con la fórmula:

$$A_b = \frac{n \times \ell \times a}{2}$$

El **área lateral** se compone de las caras de la pirámide. Para determinarla, se calcula primero el área de una cara; como es un triángulo, entonces se utiliza la fórmula:

$$A_c = \frac{b \times h}{2}$$

Luego, el resultado se multiplica por el número de caras ( $n$ ) que tiene la pirámide. Entonces la fórmula del **área lateral** es:

$$A_l = n \cdot A_c$$

Para simplificar el procedimiento en la **fórmula de área total**, sustituimos  $A_l$  por  $n \cdot A_c$  y obtenemos:

$$A_t = A_b + A_l$$

$$A_t = A_b + (n \cdot A_c)$$

3. El **volumen de una pirámide** es la cantidad de espacio que ocupa. La fórmula para calcularlo es:

$$V = \frac{A_b \times h}{3}$$



# Autocontrol

## → Actividad 1. Demuestre lo aprendido

Rellene el círculo que corresponde a la respuesta correcta.

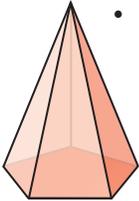
- 1) ¿Cómo se llama la distancia que hay del centro de un lado de la base hasta el vértice de la pirámide?  
 altura  
 altura de la pirámide  
 altura de la cara
  
- 2) ¿Cómo se llama el punto más alto de una pirámide?  
 altura  
 cara lateral  
 vértice de la pirámide
  
- 3) ¿Cómo se llama la pirámide que tiene tres caras?  
 pirámide triangular  
 pirámide cuadrangular  
 pirámide pentagonal
  
- 4) ¿Cómo se llama la distancia que hay del centro de la base hasta el vértice de la pirámide?  
 altura de la pirámide  
 apotema de la base  
 altura de la cara
  
- 5) En una pirámide ¿cómo se llama la distancia del centro de la base hasta el centro de cualquiera de los lados?  
 apotema de la base  
 altura de la cara  
 radio de la base
  
- 6) ¿Qué tipo de triángulo forman las caras de una pirámide?  
 escaleno  
 obtuso  
 isósceles
  
- 7) ¿Cuál es la fórmula del área total de una pirámide?  
  $A = \frac{b \times h}{2}$   
  $A = \frac{\ell \times a \times n}{2}$   
  $A = A_b + (A_c \cdot n)$
  
- 8) ¿Qué nombre recibe la pirámide formada por cinco caras?  
 pirámide cuadrangular  
 pirámide pentagonal  
 pirámide hexagonal

## ➔ Actividad 2. Practique lo aprendido

**A.** Calcule el área total de las pirámides con las medidas indicadas.

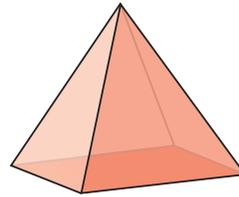
1) Pirámide pentagonal

- altura de las caras = 7 cm
- apotema de la base = 3 cm
- lado de la base = 2 cm



2) Pirámide cuadrangular

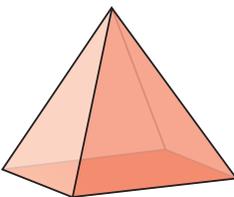
- altura de las caras = 2 m
- lado de la base = 1 m



**B.** Calcule el volumen de las pirámides con las medidas indicadas.

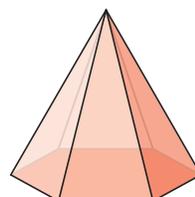
1) Pirámide cuadrangular

- altura de la pirámide = 6 cm
- lado de la base = 5 cm



2) Pirámide hexagonal

- altura de la pirámide = 9 m
- apotema de la base = 3 m
- lado de la base = 3.5 m





## Agilidad de cálculo mental

**A.** Resuelva mentalmente las operaciones y escriba su respuesta en la línea. Hágalo lo más rápido posible.

1)  $4 \times 5 =$  .....

6)  $5 \times 7 =$  .....

11)  $6 \times 3 =$  .....

2)  $3 \times 8 =$  .....

7)  $3 \times 5 =$  .....

12)  $9 \times 5 =$  .....

3)  $4 \times 4 =$  .....

8)  $7 \times 4 =$  .....

13)  $6 \times 8 =$  .....

4)  $7 \times 8 =$  .....

9)  $4 \times 8 =$  .....

14)  $5 \times 7 =$  .....

5)  $6 \times 4 =$  .....

10)  $4 \times 9 =$  .....

15)  $4 \times 4 =$  .....

**B.** Resuelva mentalmente las operaciones y escriba su respuesta en la línea. Hágalo lo más rápido posible.

1)  $8 \times$  ..... = 48

6) .....  $\times 8 = 64$

11) .....  $\times 6 = 42$

2)  $6 \times$  ..... = 54

7) .....  $\times 5 = 35$

12) .....  $\times 5 = 45$

3)  $4 \times$  ..... = 32

8) .....  $\times 3 = 27$

13) .....  $\times 8 = 56$

4)  $7 \times$  ..... = 35

9) .....  $\times 7 = 42$

14) .....  $\times 6 = 48$

5)  $4 \times$  ..... = 28

10) .....  $\times 9 = 36$

15) .....  $\times 7 = 63$

**C.** Resuelva mentalmente las potencias y escriba su respuesta en la línea. Hágalo lo más rápido posible.

1)  $2^2 =$  .....

6)  $8^2 =$  .....

11)  $1^3 =$  .....

2)  $4^2 =$  .....

7)  $6^0 =$  .....

12)  $2^3 =$  .....

3)  $1^2 =$  .....

8)  $3^2 =$  .....

13)  $3^3 =$  .....

4)  $7^0 =$  .....

9)  $10^2 =$  .....

14)  $4^3 =$  .....

5)  $5^2 =$  .....

10)  $9^2 =$  .....

15)  $5^0 =$  .....



## Razonamiento lógico

Una sucesión numérica es un conjunto ordenado de números que obedece a un criterio.

**A.** En el espacio en blanco escriba el número que completa la serie numérica. Luego escriba a qué criterio obedece. Hay un ejemplo.



Criterio: cada número consecutivo es igual al número anterior más dos unidades.



Criterio: .....



Criterio: .....



Criterio: .....

**B.** Resuelva en su cuaderno los problemas siguientes.

- 1) El techo de una torre es una pirámide hexagonal. Los lados de la base miden 4 metros y la altura de sus caras es 6 metros. Si solo se pintaran las caras, ¿cuál es el área que se debe pintar?
- 2) La base de una pirámide regular es un cuadrado de 6 cm por lado. La altura de las caras es 4 cm. ¿Cuál es el área total de la pirámide?
- 3) Calcule cuántos centímetros cúbicos de plástico se necesitan para fabricar una pirámide pentagonal. La base mide 10 cm por lado, la apotema 8.5 cm y la altura de la pirámide es 30 cm.
- 4) La base de una pirámide cuadrangular mide 6 cm por lado, la altura de las caras es 10 cm y la altura de la pirámide es 8 cm. ¿Cuál es su área total y volumen?
- 5) Una empresa fabrica chocolates en forma de pirámide cuadrangular. Para cada unidad la base mide 2 cm por lado, la altura de la pirámide es 3 cm y la altura de las caras es 3.5 cm. ¿Qué cantidad de envoltura y qué cantidad de chocolate se necesita para diez unidades?
- 6) El techo de un gallinero tiene forma de pirámide octagonal, la base mide 2 m por lado y la altura de las caras es de 5 m, ¿cuál es el área lateral?

## Desarrolle nuevas habilidades

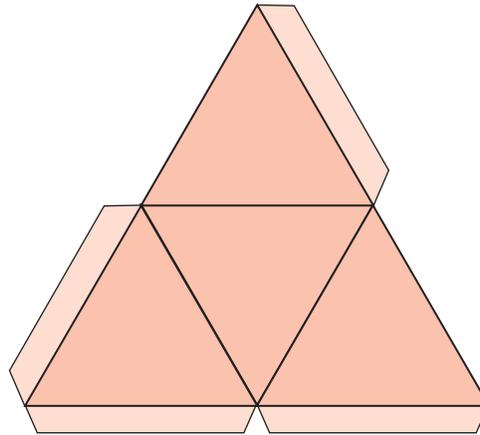
### Construya una pirámide



**Prepare los materiales a utilizar:** cartulina o papel grueso, lápiz, regla, tijeras y pegamento.

Siga los pasos:

- 1) Trace un triángulo equilátero como la figura de abajo (mayor de 10 cm por lado).
- 2) Marque la mitad de cada lado.
- 3) Trace líneas uniendo la mitad de cada lado para formar otro triángulo interno (observe la figura).
- 4) Dibuje unas pestañas en los lados como en la figura.
- 5) Recorte el dibujo.
- 6) Doble la figura por las líneas marcadas.
- 7) Aplique pegamento en las pestañas y forme la pirámide.



### Revise su aprendizaje

Marque con un cheque  la casilla que mejor indique su rendimiento.

		logrado	en proceso	no logrado
<b>Después de estudiar...</b>	Identifico una pirámide y sus partes.			
	Clasifico pirámides por su base.			
	Calculo el área y el volumen de las pirámides.			
	Practico el cálculo mental.			
	Resuelvo problemas aplicando las fórmulas de área y volumen.			