

Reglas de los conectivos lógicos

¿Qué encontrará esta semana?

-  Parejas de baile
-  Reglas de los conectivos lógicos
-  Multiplicaciones y operaciones combinadas
-  Razonamiento espacial

Competencia:

Construye modelos matemáticos en la representación y análisis de relaciones cuantitativas.

Esta semana logrará:

- ✓ Reconocer las reglas de los conectivos lógicos.
- ✓ Determinar el valor de verdad de proposiciones compuestas a través de las reglas de los conectivos lógicos.
- ✓ Practicar la agilidad de cálculo mental con multiplicaciones y operaciones combinadas.
- ✓ Analizar información para resolver problemas de razonamiento espacial.
- ✓



¡Para comenzar!

Esta semana seguimos ejercitando el pensamiento lógico para deducir información. A continuación le proponemos un juego. Se trata de saber quienes fueron las parejas en un baile.

Parejas de baile

A la fiesta de un pueblo asistieron tres amigas y tres amigos: Marta, Cecilia, Julia, Juan, Pedro y José.

Durante la velada:

- Marta no baila con Pedro.
- Julia no baila con Juan.
- Marta está vestida de rojo.
- Cecilia está vestida de verde.
- José baila con una dama vestida de blanco.



Lea cada hecho. Marque en la tabla con una **x** las negaciones y marque con un **✓** las afirmaciones.

	Baila con			Vestido de color		
	Juan	Pedro	José	verde	rojo	blanco
Marta		x			✓	
Cecilia						
Julia						

Después de haber realizado estos pasos, algunas respuestas serán claras y otras las podrá deducir. Le ayudamos con el caso de Marta.

Marta no baila con Pedro y está vestida de rojo.

¡A trabajar!

Utilice los resultados de la tabla para responder a estas preguntas.

- ¿Quiénes son las parejas de baile?
- ¿De qué color están vestidas las mujeres?

Marta baila con

Cecilia

Julia



El mundo de la matemática

1. Reglas de los conectivos lógicos

La semana anterior aprendimos qué son los conectivos lógicos. Esta semana estudiaremos las reglas que los rigen y cómo se aplican para determinar el valor de verdad de una proposición compuesta.

Cada conectivo lógico tiene una regla que se cumple **siempre** y se representa en una tabla de verdad.

1.1 Regla de la conjunción (\wedge)

El valor de verdad de las proposiciones unidas por la conjunción se calcula siguiendo esta regla:

El valor de la proposición compuesta unida por la conjunción \wedge es verdadero, solo cuando **los valores de las dos proposiciones p y q son verdaderos**. La tabla de verdad de la conjunción es:

p	q	$p \wedge q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	f

Comprobemos la regla con un ejemplo.

Para que haya luz, el foco y el interruptor deben estar encendidos.

De esta afirmación extraemos dos proposiciones:

p : El foco debe estar encendido.

q : El interruptor debe estar encendido.

El foco está encendido. p (v)

El interruptor está encendido. q (v)

La proposición es **verdadera**. Se cumplen las dos condiciones para que haya luz.

El foco está encendido. p (v)

El interruptor no está encendido. $\sim q$ (f)

La proposición es **falsa**. Para que haya luz, el interruptor también debe estar encendido.

El foco no está encendido. $\sim p$ (f)

El interruptor está encendido. q (v)

La proposición es **falsa**. No hay luz, porque el foco está apagado.

El foco no está encendido. $\sim p$ (f)

El interruptor no está encendido. $\sim q$ (f)

La proposición es **falsa**. No se cumple ninguna de las condiciones para que haya luz.



Recuerde: si una proposición es verdadera, su negación (\sim) es falsa.

¡Otro ejemplo!



Calculemos el valor de verdad de la proposición compuesta $p \wedge q$ que se forma a partir de estas proposiciones simples:

p : Para hacer tortillas se necesita masa de maíz.

q : Para hacer tortillas se necesita un comal.

$p \wedge q$: Para hacer tortillas se necesita masa de maíz y se necesita un comal.

v

v

En este caso, el valor de verdad de $p \wedge q$ es verdadero, porque se cumple con las dos condiciones para hacer tortillas.

¿Pero qué ocurre con el valor de verdad de $p \wedge q$, si negamos la proposición p ? Fíjese.

$\sim p$: Para hacer tortillas **no** se necesita masa de maíz.

q : Para hacer tortillas se necesita un comal.

$p \wedge q$: Para hacer tortillas **no** se necesita masa de maíz y se necesita un comal.

f

v

El valor de $p \wedge q$ es falso, porque no se cumple con la primera condición. Sin masa de maíz, no se pueden hacer las tortillas.

➔ Ejercicio 1

Lea las proposiciones siguientes y conteste a las preguntas. Tiene un ejemplo.

p : La Luna es redonda.

q : La Luna es de queso.

0) ¿Cómo se representa de manera simbólica la proposición?

La Luna es redonda y la Luna es de queso.

$p \wedge q$

1) ¿Cuál es el valor de verdad de la proposición p ?

2) ¿Cuál es el valor de verdad de la proposición q ?

3) ¿Cuál es el valor de verdad de la proposición $p \wedge q$? Explique su respuesta.

.....

.....

4) ¿Cuáles el valor de verdad de la proposición $p \wedge \sim q$? Explique su respuesta.

.....

.....

1.2 Regla de la disyunción (\vee)

¿Recuerda las oraciones disyuntivas? El conectivo **o** se comporta como la conjunción "o" que estudió en Comunicación y Lenguaje. Como sabe, su función es unir proposiciones para darles un sentido de elección. En lenguaje matemático se escribe " $p \vee q$ " y se lee " p o q ".

El valor de verdad de las proposiciones unidas por el conectivo de la disyunción se calcula siguiendo esta regla:

El valor de la proposición compuesta unida por la disyunción \vee es verdadero siempre que **una de las dos proposiciones simples sea verdadera**. La tabla de verdad de la disyunción es:

p	q	$p \vee q$
v	v	v
v	f	v
f	v	v
f	f	f

Verifiquemos la regla de la disyunción con un ejemplo.

Para cobrar un cheque, este debe ir firmado por Inés o por Pablo.

De esta afirmación extraemos dos proposiciones:

p : El cheque debe ir firmado por Inés.

q : El cheque debe ir firmado por Pablo.

Basta con que una de las proposiciones simples sea verdadera para que el valor de verdad de la proposición compuesta sea verdadero. Preste atención.

Inés firma el cheque. p (v)
 Pablo firma el cheque. q (v)

La proposición es **verdadera**. El Banco paga el cheque porque tiene las dos firmas.

Inés firma el cheque. p (v)
 Pablo no firma el cheque. $\sim q$ (f)

La proposición es **verdadera**. El Banco paga el cheque porque tiene una de las dos firmas.

Inés no firma el cheque. $\sim p$ (f)
 Pablo firma el cheque. q (v)

La proposición es **verdadera**. El Banco paga el cheque. Cumple con el requisito de llevar una de las dos firmas.

Inés no firma el cheque. $\sim p$ (f)
 Pablo no firma el cheque. $\sim q$ (f)

La proposición es **falsa**. El Banco rechaza el cheque porque no hay una firma válida.

1.3 Regla del condicional (\rightarrow)

Consideremos esta proposición compuesta:

Si compramos boletos, **entonces** podemos entrar al teatro.

Está formada por estas proposiciones simples:

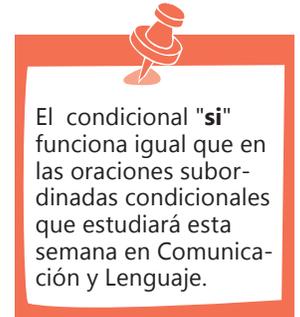
p : Compramos boletos.

q : Podemos entrar al teatro.

Ambas proposiciones se unen mediante el conectivo condicional. En lenguaje matemático se escribe: " $p \rightarrow q$ " y se lee: "si p entonces q ". El valor de verdad de estas proposiciones se calcula con esta regla:

Una proposición compuesta, unida por el condicional \rightarrow , es verdadera cuando:

- Las **dos** proposiciones simples son verdaderas.
- La **segunda** proposición es verdadera.
- Las **dos** proposiciones simples son falsas.



La tabla de verdad del condicional es:

p	q	$p \rightarrow q$
v	v	v
v	f	f
f	v	v
f	f	v

Veamos con un ejemplo cuando se cumple la regla del conectivo condicional.

Si José nació en Petén, entonces es guatemalteco.

p : José nació en Petén.

q : José es guatemalteco.

Si José nació en Petén, p (v)
entonces es guatemalteco. q (v).

La proposición es **verdadera**. Las personas nacidas en Petén son guatemaltecas.

Si José nació en Petén, p (v)
entonces no es guatemalteco. $\sim q$ (f).

La proposición es **falsa**, porque José es guatemalteco por nacimiento.

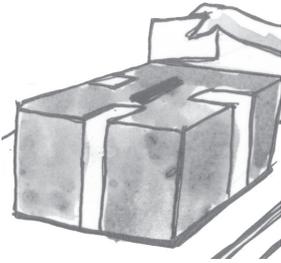
Si José no nació en Petén, $\sim p$ (f)
entonces es guatemalteco. q (v).

La proposición es **verdadera**. José pudo haber nacido en otro departamento de Guatemala.

Si José no nació en Petén, $\sim p$ (f)
entonces no es guatemalteco $\sim q$ (f).

No se puede probar que la afirmación sea falsa. Por lo tanto, la proposición es **verdadera**.

1.4 Regla del bicondicional (\leftrightarrow)



Leamos esta proposición compuesta:

Seré la presidenta del comité **si y solo si** obtengo la mayoría de votos.

Está formada por dos proposiciones simples:

p : Seré la presidenta del comité.

q : Obtengo la mayoría de votos.

El enunciado del ejemplo afirma que p es verdadero **si y solo si** q también es verdadero. Se trata de un enunciado bicondicional que simbólicamente se representa como: " $p \leftrightarrow q$ " y se lee: " p si y solo si q ". Su valor de verdad se determina siguiendo esta regla:

El valor del bicondicional es verdadero cuando **ambas proposiciones simples son verdaderas o ambas son falsas**. Se representa con esta tabla de verdad:

p	q	$p \leftrightarrow q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	v

Comprobemos la regla del conectivo bicondicional con un ejemplo.

Clara viajará si y solo si tiene descanso.

Las dos proposiciones simples que componen el enunciado son:

p : Clara viajará.

q : Clara tiene descanso.



Clara viajará. p (v)

Clara tiene descanso. q (v)

La proposición es **verdadera**. Se cumple la condición para viajar.

Clara viajará. p (v)

Clara no tiene descanso. $\sim q$ (v)

La proposición es **falsa**. La condición para viajar es tener descanso.

Clara no viajará. $\sim p$ (v)

Clara tiene descanso. q (v)

La proposición es **falsa**. Contradice la condición, tiene descanso y no viajará.

Clara no viajará. $\sim p$ (v)

Clara tiene no descanso. $\sim q$ (v)

La proposición es **verdadera**. Si no tiene descanso, no puede viajar.

Ejercicio 3

En las tablas de verdad se puede operar más de un conectivo lógico a la vez. Siga los pasos que se explican a continuación y complete la tabla. Le ayudamos con el paso 1.

Paso 1:

- Escriba las cuatro combinaciones de verdad o falsedad para las proposiciones p y q.

Paso 2:

- Primero aplique la regla del conectivo \leftrightarrow .
- Luego, aplique la regla del conectivo \wedge .
- Continúe con la regla del conectivo \vee .
- Por último, aplique la regla del conectivo \rightarrow .

		1	2			
p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	
v	v	v	v	v	v	
v	f					
f	v					
f	f					



Resumen

Regla de la conjunción

$p \wedge q$ es verdadera cuando las dos proposiciones simples son verdaderas.

p	q	$p \wedge q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	f

Regla de la disyunción

$p \vee q$ es verdadera si una de las dos proposiciones simples es verdadera.

p	q	$p \vee q$
v	v	v
v	f	v
f	v	v
f	f	f

Regla del bicondicional

$p \leftrightarrow q$ es verdadera cuando ambas proposiciones simples son verdaderas o falsas a la vez.

p	q	$p \leftrightarrow q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	v

Reglas de los conectivos lógicos

Regla del condicional

$p \rightarrow q$ es verdadera cuando:

- Ambas proposiciones simples son verdaderas.
- La segunda proposición es verdadera.
- Las dos proposiciones simples son falsas.

p	q	$p \rightarrow q$
v	v	v
v	f	f
f	v	v
f	f	v



Autocontrol

→ Actividad 1. Demuestre lo aprendido

A. Complete la tabla. Escriba los valores de verdad de las proposiciones indicadas en cada columna.

1		2			
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
v	v				
v	f				
f	v				
f	f				

B. Recuerde las reglas de los conectivos lógicos. Lea cada enunciado y rellene el círculo de la opción que lo completa correctamente. Tiene un ejemplo.

0) Saturno es un planeta **y** es redondo. La proposición es **verdadera** si Saturno...

- no es un planeta, pero sí es redondo.
- es un planeta y también es redondo.
- es un planeta pero no es redondo.
- no es un planeta, ni es redondo.

1) **Si** ganan el partido, **entonces** serán campeones. La proposición es **falsa** en el caso de que...

- no ganen el partido.
- ganen el partido y no sean campeones.
- no ganen y sean campeones.
- no ganen y no sean campeones.

2) 8 es múltiplo de 2 **y** 8 es divisible entre 2. La proposición es **verdadera** cuando...

- 8 es múltiplo de 2, pero no es divisible entre 2.
- 8 no es múltiplo de 2, pero sí es divisible entre 2.
- 8 es múltiplo de 2 y también es divisible entre 2.
- 8 no es múltiplo de 2, ni es divisible entre 2.

3) Carlota visitará Petén **o** Alta Verapaz. La proposición es **falsa** cuando Carlota...

- visita Petén, pero no Alta Verapaz.
- visita Petén y también visita Alta Verapaz.
- no visita Petén, ni Alta Verapaz.
- no visita Petén, pero sí Alta Verapaz.

Actividad 2. Practique lo aprendido

- A.** Lea las proposiciones simples k y l . Luego, escriba las proposiciones compuestas indicadas y su valor de verdad. Tiene un ejemplo.

k : El trigo es un cereal. (v)

j : El trigo es comestible. (v)

0) $k \wedge j$: *El trigo es un cereal y es comestible.* v

1) $\sim k \rightarrow j$:

2) $k \leftrightarrow \sim j$:

3) $k \vee j$:

- B.** Determine el valor de verdad de las proposiciones simples. Luego, aplique las reglas de los conectivos lógicos que aprendió en la semana para determinar el valor de verdad de las proposiciones compuestas. Tiene un ejemplo.

0) p : 10 es número par. v

$p \wedge q$: f

q : 7 es divisible entre 2. f

$p \rightarrow q$: f

$p \leftrightarrow q$: f

1) r : El triángulo tiene dos lados.

$r \leftrightarrow s$:

s : El cuadrado tiene cuatro lados.

$r \wedge s$:

$r \rightarrow s$:

2) k : Un minuto tiene 60 segundos.

$k \vee y$:

y : Dos minutos tienen 90 segundos.

$k \wedge y$:

$k \leftrightarrow y$:

3) h : "Árbol" es una palabra grave.

$h \rightarrow j$:

j : "Árbol" lleva tilde en la última sílaba.

$h \vee j$:

$h \wedge j$:

4) t : Un ángulo agudo mide 60°

$t \vee z$:

z : 60° es menor que 90°

$t \rightarrow z$:

$t \leftrightarrow z$:



Agilidad de cálculo mental

A. Recuerde la ley de signos y resuelva las multiplicaciones. Escriba la respuesta sobre la línea.

- | | | |
|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $5 \times 4 =$ | 9) $2 \times (-4) =$ | 17) $(-8) \times 4 =$ |
| 2) $3 \times 9 =$ | 10) $5 \times (-3) =$ | 18) $(-3) \times 9 =$ |
| 3) $2 \times 3 =$ | 11) $7 \times (-1) =$ | 19) $(-1) \times 6 =$ |
| 4) $9 \times 4 =$ | 12) $2 \times (-9) =$ | 20) $(-8) \times 7 =$ |
| 5) $3 \times 6 =$ | 13) $4 \times (-6) =$ | 21) $(-6) \times 9 =$ |
| 6) $7 \times 8 =$ | 14) $0 \times (-5) =$ | 22) $(-4) \times 0 =$ |
| 7) $6 \times 5 =$ | 15) $8 \times (-6) =$ | 23) $(-3) \times 7 =$ |
| 8) $2 \times 7 =$ | 16) $5 \times (-7) =$ | 24) $(-9) \times 9 =$ |

B. Escriba en la línea el factor que falta para completar correctamente la multiplicación.

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| 1) $2 \times$ $= 16$ | 9) $5 \times$ $= 25$ | 17) $\times 9 = 18$ |
| 2) $3 \times$ $= 21$ | 10) $9 \times$ $= 36$ | 18) $\times 7 = 63$ |
| 3) $4 \times$ $= 12$ | 11) $3 \times$ $= 15$ | 19) $\times 4 = 24$ |
| 4) $6 \times$ $= 30$ | 12) $6 \times$ $= 48$ | 20) $\times 8 = 32$ |
| 5) $7 \times$ $= 28$ | 13) $4 \times$ $= 20$ | 21) $\times 1 = 10$ |
| 6) $1 \times$ $= 5$ | 14) $7 \times$ $= 42$ | 22) $\times 7 = 0$ |
| 7) $8 \times$ $= 24$ | 15) $8 \times$ $= 64$ | 23) $\times 6 = 36$ |
| 8) $3 \times$ $= 18$ | 16) $5 \times$ $= 30$ | 24) $\times 7 = 56$ |

C. Recuerde la jerarquía de las operaciones y resuelva las operaciones combinadas siguientes. Tiene un ejemplo.

- | | | |
|----------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 0) $(2 \times 3) + 4 = 10$ | 5) $(3 \times 5) + 3 =$ | 10) $1 + (2 \times 6) =$ |
| 1) $(1 \times 4) + 2 =$ | 6) $(4 \times 4) + 4 =$ | 11) $3 + (4 \times 2) =$ |
| 2) $(4 \times 5) + 3 =$ | 7) $(6 \times 3) + 1 =$ | 12) $4 + (5 \times 3) =$ |
| 3) $(7 \times 3) + 4 =$ | 8) $(2 \times 8) + 5 =$ | 13) $2 + (6 \times 4) =$ |
| 4) $(6 \times 2) + 2 =$ | 9) $(5 \times 6) + 3 =$ | 14) $3 + (4 \times 3) =$ |



Razonamiento lógico

A. Ejercite su pensamiento lógico resolviendo analogías. Una analogía es la relación de semejanza o de parecido entre dos o más ideas o conceptos distintos. Rellene el círculo de la opción correcta que completa cada analogía. Recuerde que la primera oración siempre da la pista de cómo completar la segunda. Le ayudamos con el ejemplo.

0) **Blanco** es a **negro**, como **calor** es a...

frío

húmedo

templando

1) **Atardecer** es a **amanecer**, como **malo** es a...

justo

mejor

bueno

2) **Automóvil** es a **piloto**, como **barco** es a...

timón

capitán

embarcación

3) **Junio** es a **mayo**, como **seis** es a...

seis

siete

cinco

B. Lea el enunciado. Analice la información y aplique lo que aprendió esta semana para descubrir dónde está el tesoro.

En uno de los tres cofres hay un tesoro. La única pista que le dan para descubrirlo es que **uno y solo uno de los tres rótulos es falso**. ¿En cuál de los tres cofres está el tesoro?



El tesoro está aquí.



El tesoro no está aquí.



El tesoro no está en el segundo cofre.

Para averiguarlo, asigne valores de verdad a cada letrero según las suposiciones siguientes. Le ayudamos con la primera.

1. Suponga que el tesoro **está en el cofre 1**.

rótulo 1	rótulo 2	rótulo 3
v	v	v

2. Suponga que el tesoro **está en el cofre 2**.

rótulo 1	rótulo 2	rótulo 3

3. Suponga que el tesoro **está en el cofre 3**.

rótulo 1	rótulo 2	rótulo 3

¿En cuál de las suposiciones se cumple la condición: "uno y solo uno de los tres rótulos es falso"?

.....

Entonces, ¿en qué cofre está el tesoro?

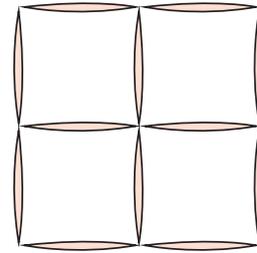
.....

Desarrolle nuevas habilidades

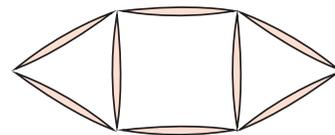
La capacidad de percibir correctamente el espacio sirve para orientarse en planos y mapas. Además, permite dibujar y construir estructuras tridimensionales. Encontrará actividades como esta en las pruebas de aptitud para ingresar a la universidad y en algunas evaluaciones de selección de personal.

Consiga 18 palillos o palitos cortos y utilícelos para formar las figuras que se presentan a continuación. Siga las indicaciones.

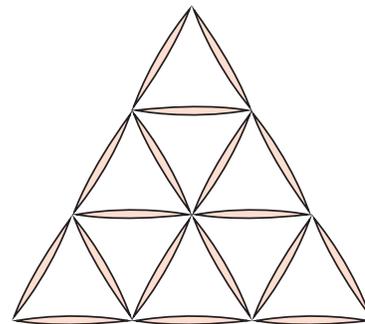
- 1) Mueva cuatro palillos y cámbielos de lugar para formar ocho cuadrados iguales.



- 2) Mueva dos palillos y cámbielos de lugar para formar cuatro cuadrados y un triángulo.



- 3) Mueva seis palillos y cámbielos de lugar para formar una estrella de seis puntas.



Revise su aprendizaje

Marque con un cheque ✓ la casilla que mejor indique su rendimiento.

Después de estudiar...

- Reconozco las reglas de los conectivos lógicos.
- Determino el valor de verdad de proposiciones compuestas a través de las reglas de los conectivos lógicos.
- Practico la agilidad de cálculo mental con multiplicaciones y operaciones combinadas.
- Analizo información para resolver problemas de razonamiento espacial.

logrado	en proceso	no logrado