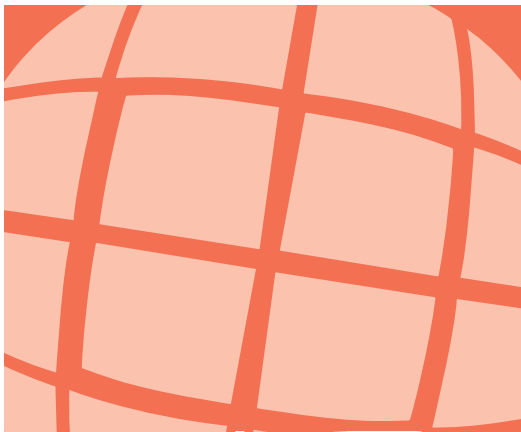


11

Máximo común divisor (MCD)



Los logros que conseguirá esta semana son:

- ✓ Definir y obtener divisores comunes de dos o más números.
- ✓ Definir y obtener el máximo común divisor (MCD) de dos o más números.
- ✓ Aplicar el máximo común divisor (MCD) a la resolución de problemas.
- ✓ Mejorar la destreza de cálculo mental.
- ✓ Desarrollar su razonamiento lógico resolviendo problemas matemáticos.
- ✓
- ✓

¿Qué encontrará esta semana?



¡Para comenzar! —

- Biografía Leonhard Euler.



Lenguaje matemático —

- El signo Σ (sumatoria).



El mundo de la matemática —

- Divisores comunes.
- Máximo Común Divisor (MCD).



Agilidad de cálculo mental —

- Multiplicaciones, divisiones y sumas.



Razonamiento lógico —

- Problemas matemáticos en los que se aplica el MCD.



¡Para comenzar!

Leonhard Euler

Leonhard Euler fue un respetado **matemático y físico**. Nació en 1707 en Basilea, Suiza, y murió en 1783 en San Petersburgo, Rusia. Se le considera el principal matemático del siglo XVIII y uno de los más grandes de todos los tiempos.

Euler tenía una memoria prodigiosa; recordaba las potencias de los 100 primeros números primos. Realizaba cálculos mentalmente que otros matemáticos resolvían con dificultad sobre el papel.

Trabajó prácticamente en todas las áreas de la matemática: **geometría, cálculo, trigonometría, álgebra, teoría de números**, además de áreas de la física. Ha sido uno de los matemáticos más fecundos de la historia. Aunque se quedó casi ciego antes de cumplir 30 años, produjo numerosas obras matemáticas y su nombre se encuentra en todas las ramas de las matemáticas: hay **fórmulas de Euler, polinomios de Euler, constantes de Euler, integrales eulerianas y líneas de Euler**.



Leonhard Euler
(1707 – 1783)
Matemático y físico

Tomado y adaptado de www.wikipedia.org y www.astronomía.com

¡A trabajar!

1. ¿Cuántos años tenía Euler al morir?
2. ¿En qué áreas de las matemáticas trabajó Euler? Enumérelas:
 - a.
 - b.
 - c.
 - d.
 - e.
3. Escriba algunos ejemplos de los trabajos realizados por Euler que llevan su nombre:
.....
.....



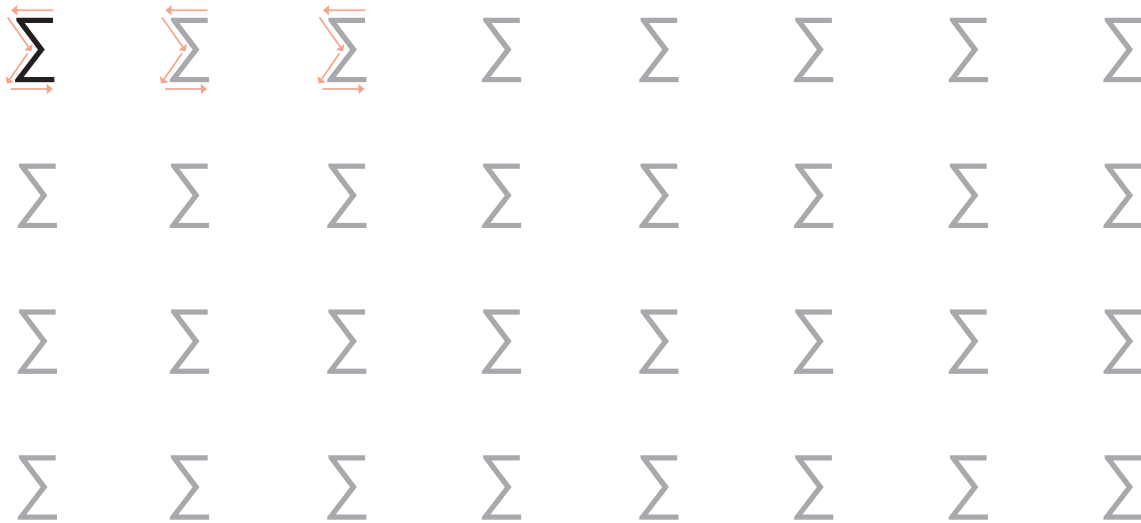
Lenguaje matemático

El signo Σ representa a la letra griega *sigma* que es una "S" mayúscula. En lenguaje matemático se conoce como **sumatoria** e indica la suma de varios elementos. El uso de este signo se debe a **Leonhard Euler** el matemático y físico suizo que conocimos en la sección ¡Para comenzar!

Para trazar el signo de sumatoria, siga el sentido de las flechas:



Tome su lapicero y repase cada signo. Siga la dirección que le indican las flechas.



Trace el signo de sumatoria sobre cada línea.

.....

.....

.....

Este signo Σ se llama e indica:



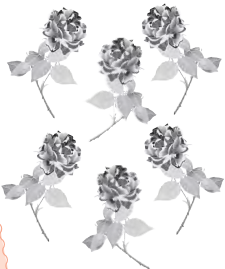
El mundo de la matemática

1. Divisores comunes

Los divisores comunes son los números que se repiten en dos o más conjuntos de divisores. Leamos un ejemplo:

Isabel tiene 6 rosas y 9 claveles. Quiere hacer el mismo número de ramos combinando las rosas y los claveles.

Veamos cómo lo puede hacer. Para ello obtenemos todos los divisores de 6 y de 9:

Divisores de 6:	Divisores de 9:
 $6 \div 1 = 6$ $6 \div 2 = 3$ $6 \div 3 = 2$ $6 \div 6 = 1$	 $9 \div 1 = 9$ $9 \div 3 = 3$ $9 \div 9 = 1$

Para que Isabel tenga el mismo número de ramos, debe dividir las flores entre un divisor común a 6 y 9. Revisemos en los conjuntos de divisores cuáles son los divisores repetidos:

$$D(6) = \{ 1, 2, 3, 6 \}$$

$$D(9) = \{ 1, 3, 9 \}$$

Los divisores comunes de 6 y 9 son 1 y 3. Así que Isabel puede hacer un solo ramo con todas las flores o puede hacer tres ramos. Para saber cuántas flores deben ir en cada ramo, divide el número de rosas y el número de claveles entre el divisor común. Así: $6 \div 3 = 2$ y $9 \div 3 = 3$.



Cada ramo tiene dos rosas y tres claveles

2. Máximo común divisor (MCD)

El **máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes que puede dividir exactamente a esos números**. El máximo común divisor se representa con las iniciales mayúsculas **MCD**.

Aprenderemos a calcular el MCD por el método de inspección y por el método de descomposición en factores primos.

2.1 Cálculo del MCD por inspección

El método de inspección consiste en reconocer el MCD a simple vista en los conjuntos de divisores de dos o más números. Vea el ejemplo.

Determinemos el MCD de 10 y 15.

- Obtenemos los conjuntos de divisores de 10 y 15 y señalamos los comunes a los dos conjuntos.

$$D(10) = \{ 1, 2, 5, 10 \}$$

$$D(15) = \{ 1, 3, 5, 15 \}$$

Los divisores comunes de 10 y 15 son **1** y **5**.

De los divisores comunes, el mayor es 5.

El máximo común divisor (MCD) de 10 y 15 es **5**.

$$\mathbf{MCD(10 \text{ y } 15) = 5}$$

Otro ejemplo:

Determinemos el MCD de 20 y 30

- Obtenemos los conjuntos de divisores de 20 y 30 y señalamos al mayor divisor común.

$$D(20) = \{ 1, 2, 4, 5, 10, 20 \}$$

$$D(30) = \{ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 \}$$

El MCD de 20 y 30 es **10**.

$$\mathbf{MCD(20 \text{ y } 30) = 10}$$

Ejercicio 1

Escriba los divisores que faltan en cada conjunto e identifique por inspección el MCD de 24 y 36.

$$D(24) = \{ 1, 2, 3, \dots, 6, \dots, 12, \dots \}$$

$$D(36) = \{ 1, 2, 3, \dots, 6, 9, \dots, 18, 36 \}$$

$$MCD(24 \text{ y } 36) = \dots$$

2.2 Cálculo del MCD por descomposición en factores primos

La forma más práctica de hallar el MCD es aplicar la descomposición en factores primos. Para hacerlo seguimos estos pasos:

- **Descomponer cada número en sus factores primos.**
- **Escribir cada número como producto de sus factores primos y, cuando se pueda, como potencia.**
- **Multiplicar solo los factores repetidos con el menor exponente.**

Hagámoslo con un ejemplo:

Calculemos el MCD de 20 y 30.

- Descomponemos cada número en sus factores primos:

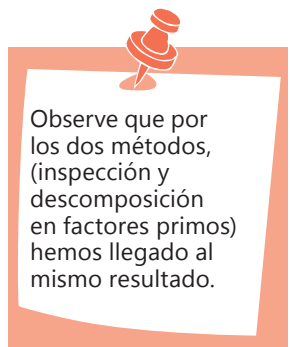
$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

- Escribimos cada número como producto de sus factores primos:
- Multiplicamos **solo** los **factores que se repiten** con el **menor exponente**:
- Escribimos la respuesta:

$$20 = 2^2 \times 5 \quad 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$5 \times 2 = 10$

$$\text{MCD (20 y 30)} = 10$$



➔ Ejercicio 2

Calcule el MCD de 18 y 45 por el método de inspección y por descomposición en factores primos.

Por inspección:

$$D(18) = \{ 1, 2, \dots, \dots, \dots, \dots \}$$

$$D(45) = \{ 1, 3, \dots, \dots, \dots, \dots \}$$

$$\text{MCD (18 y 45)} = \dots$$

Por descomposición en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 2 \times 3^2 \quad 45 = 3^2 \times 5$$

$$\dots = \dots$$

$$\text{MCD (18 y 45)} = \dots$$

Veamos algunos ejemplos:

1) Calculemos el MCD de 18 y 36.

- Descomponemos cada número en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

- Expresamos cada número como producto de sus factores primos y, si se puede, como potencia:

$$18 = 2 \times 3^2 \quad 36 = 2^2 \times 3^2$$

$2 \times 3^2 = 18$

- Multiplicamos **solo** los **factores comunes** con **el menor exponente** para obtener el MCD:

- Escribimos la respuesta:

$$\text{MCD}(18 \text{ y } 36) = 18$$

2) Calculemos el MCD de 45 y 60.

- Descomponemos cada número en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

- Escribimos cada número como producto de sus factores primos y, si se puede, como potencia:

$$45 = 3^2 \times 5 \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$5 \times 3 = 15$

- Multiplicamos **solo** los **factores comunes** con **el menor exponente** para obtener el MCD:

- Escribimos la respuesta:

$$\text{MCD}(45 \text{ y } 60) = 15$$

➔ Ejercicio 3

1) Calcule el MCD de 20, 24 y 28.

- Descomponga cada número en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & \square \\ \square & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & \square \\ 12 & 2 \\ \square & 2 \\ 3 & \square \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ \square & 2 \\ 7 & \square \\ 1 & \end{array}$$

- Escriba cada número como producto de sus factores primos:

$$20 = \dots\dots\dots$$

$$24 = \dots\dots\dots$$

$$28 = \dots\dots\dots$$

- Multiplique **solo** los **factores comunes con el menor exponente**:

$$2 \times 2 = \dots\dots\dots$$

- Escriba la respuesta:

$$\text{MCD}(20, 24 \text{ y } 28) = \dots\dots\dots$$

Un caso especial...

En algunos casos, dos o más números no tienen factores primos comunes. Cuando esto sucede, el MCD de esos números es la unidad. Veamos un ejemplo.

Obtengamos el MCD de 8 y 9.

- Descomponemos ambos números en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

- Escribimos cada número como producto de sus factores primos:

$$8 = 2^3 \quad 9 = 3^2$$

Los números 8 y 9 no tienen factores comunes. Por lo tanto, su MCD es la unidad (1).

- Escribimos la respuesta:

$$\text{MCD}(8 \text{ y } 9) = 1$$

Ejercicio 4

1) Calcule el MCD de 8 y 15.

- Descomponga cada número en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 8 & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 15 & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

- Escriba cada número como producto de sus factores primos y, si se puede, como potencia:

$$8 = \dots\dots\dots \quad 15 = \dots\dots\dots$$

- Estos dos números, ¿tienen algún factor en común?

- Escriba la respuesta: $\text{MCD}(8 \text{ y } 15) = \dots\dots\dots$

2) Calcule el MCD de 12 y 25.

- Descomponga cada número en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 12 & \square \\ 6 & \square \\ \square & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 25 & \square \\ 5 & \square \\ 1 & \end{array}$$

- Escriba cada número como producto de sus factores primos y, si se puede, como potencia:

$$12 = \dots\dots\dots \quad 25 = \dots\dots\dots$$

- Estos dos números, ¿tienen algún factor en común?

- Escriba la respuesta: $\text{MCD}(12 \text{ y } 25) = \dots\dots\dots$

2.3 Problemas que se resuelven calculando el MCD

Aplicamos el MCD para resolver problemas en los que se pide **hallar la mayor cantidad que divida de manera exacta a dos o más números dados**.

Por ejemplo:

- Partir un material (hierro, lana, tela, tabla, lazo, etc) **en trozos iguales y de la mayor longitud** posible.
- Formar **grupos iguales con distinto número** de personas, distinto número de productos, etc.
- Fraccionar terrenos de distinto tamaño para **obtener lotes iguales y de la mayor superficie posible**.

Veamos un ejemplo:

Un albañil ha comprado hierro en varillas de dos tamaños: de 18 y 24 metros. Quiere **cortarlas en trozos iguales y de la mayor longitud posible** para no desperdiciar material.

- ¿Qué longitud tendrá cada trozo?
- ¿Cuántas varillas obtendrá?

Para resolver el problema, calculamos el MCD de 18 y 24.

- Descomponemos ambos números en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

- Escribimos cada número como producto de sus factores primos:

$$18 = 2 \times 3^2 \quad 24 = 2^3 \times 3$$

- Multiplicamos **solo** los **factores** comunes con el **menor exponente**.

$$2 \times 3 = 6$$

- Escribimos la respuesta del inciso **a**:

$$\text{MCD}(18 \text{ y } 24) = \mathbf{6}$$

R/ El albañil debe cortar las varillas en trozos de 6 metros de largo.

Para responder la pregunta del inciso **b**, dividimos la longitud de cada varilla entre el MCD y sumamos las dos cantidades.

$18 \div 6 = 3$ $24 \div 6 = 4$
 $3 + 4 = 7$

- Escribimos la respuesta:

R/ El albañil obtendrá 7 varillas en total.

➔ Ejercicio 5

Resuelva el problema.

Berta quiere dividir en lotes iguales y de la mayor superficie posible, dos terrenos que miden 315 varas cuadradas y 750 varas cuadradas respectivamente. ¿Cuál será la superficie de cada lote?

- Descomponga los números 315 y 750 en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 750 & 2 \\ 375 & 3 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

- Escriba cada número como producto de sus factores primos:

$$315 = \dots\dots\dots$$

$$750 = \dots\dots\dots$$

- Multiplique solo los factores comunes con su menor exponente:

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

- Escriba la respuesta: R/ **La superficie de cada lote es de** $\dots\dots\dots$ **varas cuadradas.**



Resumen

1. Divisores comunes

Los divisores comunes son los **números que se repiten** en dos o más **conjuntos de divisores**.

2. Máximo común divisor (MCD)

El máximo común divisor de dos o más números es el **mayor de los divisores comunes que puede dividir exactamente a esos números**. Se representa por MCD.

Hay dos formas de calcular el MCD:

2.1 Por inspección:

Obtenemos los conjuntos de divisores de los números dados y elegimos el mayor divisor común.

2.2 Por descomposición en factores primos:

- Descomponemos cada número en sus factores primos.
- Expresamos cada número como producto de sus factores primos utilizando potencias.
- Multiplicamos solo los factores repetidos con su menor exponente.

Cuando dos o más números no tienen factores primos comunes, su MCD es la unidad.

2.3 Problemas

Aplicamos el MCD para resolver problemas en los que se pide hallar la mayor cantidad que dividida de manera exacta a dos o más números dados.



Autocontrol

➔ Actividad 1. Demuestre lo aprendido.

A. Defina con sus palabras los siguientes conceptos.

1) Divisores:

.....

2) Divisores comunes:

.....

3) Máximo Común Divisor (MCD):

.....

B. Indique la secuencia que debe seguir para encontrar el MCD de dos o más números. Hágalo escribiendo los números del 1 al 3 según corresponda. Le ayudamos con el primer número.

..... 1 Descomponer cada número en sus factores primos.

..... Multiplicar **solo** los factores repetidos con su menor exponente.

..... Expresar cada número como producto de sus factores primos, utilizando potencias.

➔ Actividad 2. Practique lo aprendido.

A. Encuentre el conjunto de divisores de cada pareja de números y luego rodee los divisores comunes. Tiene un ejemplo.

0) $D(36) = \{ \textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{6}, 9, \textcircled{12}, 18, 36 } \}$

$D(48) = \{ \textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{6}, 8, \textcircled{12}, 16, 24, 48 } \}$

1) $D(16) = \{ \dots \}$

$D(24) = \{ \dots \}$

2) $D(15) = \{ \dots \}$

$D(18) = \{ \dots \}$

B. Escriba los divisores de cada número, luego compare y rodee el MCD. Tiene un ejemplo.

0) 6, 12 y 24

$$D(6) = \{ 1, 2, 3, \textcircled{6} \}$$

$$D(12) = \{ 1, 2, 3, 4, \textcircled{6}, 12 \}$$

$$D(24) = \{ 1, 2, 3, 4, \textcircled{6}, 8, 12, 24 \}$$

$$MCD(6, 12 \text{ y } 24) = \underline{6}$$

1) 7 y 14

$$D(7) = \{ \dots \}$$

$$D(14) = \{ \dots \}$$

$$MCD(7 \text{ y } 14) = \dots$$

2) 12, 16 y 20

$$D(12) = \{ \dots \}$$

$$D(16) = \{ \dots \}$$

$$D(20) = \{ \dots \}$$

$$MCD(12, 16 \text{ y } 20) = \dots$$

3) 9, 15 y 18

$$D(9) = \{ \dots \}$$

$$D(15) = \{ \dots \}$$

$$D(18) = \{ \dots \}$$

$$MCD(9, 15 \text{ y } 18) = \dots$$

C. Realice las operaciones y rellene el cuadro de la respuesta correcta. Tiene un ejemplo.

0) ¿Cuál es el MCD de 9 y 3?

☒ 3

☐ 9

☐ 27

1) ¿Qué números son divisores comunes de 16 y 8?

☐ 2, 4 y 6

☐ 2, 4 y 8

☐ 4, 6 y 8

2) ¿Cuál es el MCD de 8 y 16?

☐ 2

☐ 4

☐ 8

3) ¿Qué números son divisores comunes de 20 y 30?

☐ 2, 5 y 10

☐ 2, 4, 5 y 10

☐ 2, 3, 5, 6 y 10

D. Calcule el máximo común divisor (MCD) de:

0) MCD (30 y 36) =

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$2 \times 3 = \mathbf{6}$$

$$\text{MCD (30 y 36)} = \mathbf{6}$$

1) MCD (6, 12 y 18) =

$$\text{MCD (6, 12 y 18)} = \dots\dots\dots$$

2) MCD (10 y 15) =

$$\text{MCD (10 y 15)} = \dots\dots\dots$$

3) MCD (6, 15 y 18) =

$$\text{MCD (6, 15 y 18)} = \dots\dots\dots$$

4) MCD (66 y 90) =

$$\text{MCD (66 y 90)} = \dots\dots\dots$$

5) MCD (32, 40 y 56) =

$$\text{MCD (32, 40 y 56)} = \dots\dots\dots$$

6) MCD (9, 45 y 69) =

$$\text{MCD (9, 45 y 69)} = \dots\dots\dots$$

7) MCD (25, 50 y 75) =

$$\text{MCD (25, 50 y 75)} = \dots\dots\dots$$

8) $\text{MCD}(16 \text{ y } 64) =$

9) $\text{MCD}(28 \text{ y } 91) =$

$\text{MCD}(16 \text{ y } 64) =$

$\text{MCD}(28 \text{ y } 91) =$

10) $\text{MCD}(60 \text{ y } 240) =$

11) $\text{MCD}(126 \text{ y } 378) =$

$\text{MCD}(60 \text{ y } 240) =$

$\text{MCD}(126 \text{ y } 378) =$

E. Determine el MCD de cada grupo de números de la columna de la izquierda. Cuando termine, relacione por medio de una línea cada grupo de números con su respectivo MCD de la columna derecha. Tiene un ejemplo.

0) $\text{MCD}(6, 9) =$ • $\text{MCD} = 2$

1) $\text{MCD}(10, 15 \text{ y } 20) =$ • $\text{MCD} = 3$

2) $\text{MCD}(18, 27) =$ • $\text{MCD} = 5$

3) $\text{MCD}(4, 6 \text{ y } 8) =$ • $\text{MCD} = 6$

4) $\text{MCD}(12, 18 \text{ y } 24) =$ • $\text{MCD} = 9$



Agilidad de cálculo mental

A. Busque el factor que completa cada producto.

- | | | |
|--|--|--|
| 0) $\underline{\quad 7 \quad} \times 5 = 35$ | 7) $\underline{\hspace{1cm}} \times 7 = 28$ | 14) $\underline{\hspace{1cm}} \times 10 = 100$ |
| 1) $\underline{\hspace{1cm}} \times 9 = 54$ | 8) $\underline{\hspace{1cm}} \times 4 = 32$ | 15) $\underline{\hspace{1cm}} \times 8 = 48$ |
| 2) $\underline{\hspace{1cm}} \times 7 = 49$ | 9) $\underline{\hspace{1cm}} \times 9 = 90$ | 16) $\underline{\hspace{1cm}} \times 6 = 30$ |
| 3) $\underline{\hspace{1cm}} \times 4 = 36$ | 10) $\underline{\hspace{1cm}} \times 6 = 36$ | 17) $\underline{\hspace{1cm}} \times 7 = 21$ |
| 4) $\underline{\hspace{1cm}} \times 9 = 45$ | 11) $\underline{\hspace{1cm}} \times 8 = 40$ | 18) $\underline{\hspace{1cm}} \times 10 = 60$ |
| 5) $\underline{\hspace{1cm}} \times 5 = 50$ | 12) $\underline{\hspace{1cm}} \times 3 = 30$ | 19) $\underline{\hspace{1cm}} \times 5 = 10$ |
| 6) $\underline{\hspace{1cm}} \times 9 = 81$ | 13) $\underline{\hspace{1cm}} \times 6 = 48$ | 20) $\underline{\hspace{1cm}} \times 10 = 90$ |

B. Escriba el divisor que completa correctamente las divisiones. Tiene un ejemplo.

- | | | |
|--|---|---|
| 0) $28 \div \underline{\quad 4 \quad} = 7$ | 5) $40 \div \underline{\hspace{1cm}} = 8$ | 10) $48 \div \underline{\hspace{1cm}} = 8$ |
| 1) $32 \div \underline{\hspace{1cm}} = 8$ | 6) $100 \div \underline{\hspace{1cm}} = 10$ | 11) $36 \div \underline{\hspace{1cm}} = 9$ |
| 2) $90 \div \underline{\hspace{1cm}} = 10$ | 7) $21 \div \underline{\hspace{1cm}} = 3$ | 12) $81 \div \underline{\hspace{1cm}} = 9$ |
| 3) $50 \div \underline{\hspace{1cm}} = 5$ | 8) $48 \div \underline{\hspace{1cm}} = 6$ | 13) $24 \div \underline{\hspace{1cm}} = 8$ |
| 4) $49 \div \underline{\hspace{1cm}} = 7$ | 9) $54 \div \underline{\hspace{1cm}} = 9$ | 14) $30 \div \underline{\hspace{1cm}} = 10$ |

C. Realice mentalmente las sumas. Luego escriba el resultado. Tiene un ejemplo.

- | | |
|---|---|
| 0) $4 + 5 + 3 = \underline{\quad 12 \quad}$ | 5) $8 + 7 + 2 = \underline{\hspace{1cm}}$ |
| 1) $7 + 6 + 2 = \underline{\hspace{1cm}}$ | 6) $9 + 5 + 1 = \underline{\hspace{1cm}}$ |
| 2) $2 + 7 + 2 = \underline{\hspace{1cm}}$ | 7) $2 + 3 + 2 = \underline{\hspace{1cm}}$ |
| 3) $6 + 8 + 2 = \underline{\hspace{1cm}}$ | 8) $5 + 6 + 5 = \underline{\hspace{1cm}}$ |
| 4) $3 + 9 + 3 = \underline{\hspace{1cm}}$ | 9) $7 + 4 + 2 = \underline{\hspace{1cm}}$ |



Razonamiento lógico

Resolución de problemas

Aplique lo aprendido y resuelva en su cuaderno o en hojas los siguientes problemas.

- 1) ¿Se pueden dividir tres varillas de 18, 36 y 48 centímetros en pedazos de igual longitud, sin que sobre ni falte material? ¿De qué longitud deben ser?
- 2) Queremos dividir en pedazos iguales y de la mayor longitud posible dos tiras de plástico de 28 y 35 metros de longitud. ¿Cuál debe ser la longitud de cada pedazo?
- 3) Se quieren dividir tres lazos de 40, 25 y 20 metros en partes iguales y de la mayor longitud posible,
 - a. ¿cuánto medirá cada pedazo?
 - b. ¿cuántas partes quedan en cada lazo?
 - c. ¿cuántas pedazos se reúnen en total de los tres lazos?
- 4) Se quiere cubrir un patio de 840 centímetros de largo y 510 centímetros de ancho con pisos cuadrados del mayor tamaño posible. ¿Cuál será la longitud del lado de cada piso?
- 5) Tres tiendas entregaron paquetes de billetes en su corte de caja. En la tienda **A** hay 4,500 quetzales en la tienda **B** hay 5,240 quetzales y en la **C** hay 6,500 quetzales. Si todos los billetes son del mismo valor,
 - a. ¿cuál es el valor de cada billete?
 - b. ¿cuántos billetes hay en cada paquete?
- 6) Se recibió un embarque de aceite en tres entregas: la primera de 161 galones, la segunda de 253 galones y la tercera de 207 galones. Se quiere envasar el aceite de modo que los envases tengan la misma medida y sean del mayor tamaño posible.
 - a. ¿de cuántos galones debe ser cada envase?
 - b. ¿cuántos envases se necesitan para cada entrega?
- 7) La bodega de una imprenta tiene 475 libros de Matemática y 375 libros de Ciencias Sociales. Se quieren empacar en cajas que tengan la mayor cantidad posible de libros, sin que sobren ni falten. En cada caja debe haber libros de una sola materia.
 - a. ¿cuántos libros se deben empacar en cada caja?
 - b. ¿cuántas cajas se necesitan?
- 8) ¿Cuál es la mayor longitud de una cinta con la que se puede medir el largo y ancho de un terreno que tiene 2,280 m de largo y 1,700 m de ancho?
- 9) Horacio trabajó en dos obras como ayudante y ganó en total 2,050 quetzales. Si en la primera obra recibió 1,500 quetzales y en las dos le pagaron igual el día de trabajo,
 - a. ¿cuánto le pagaron por día?
 - b. ¿cuántos días trabajó?



Revise su aprendizaje

Marque con un cheque ✓ la casilla que mejor indique su rendimiento.

Después de estudiar...

Defino y obtengo divisores comunes.

Defino y obtengo el máximo común divisor (MCD) de dos o más números.

Aplico el máximo común divisor (MCD) a la resolución de problemas.

Desarrollo destrezas de cálculo mental.

Resuelvo problemas aplicando el MCD.

logrado	en proceso	no logrado
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐

Notas:

Escriba aquí sus inquietudes, descubrimientos o dudas para compartir en el círculo de estudio.
