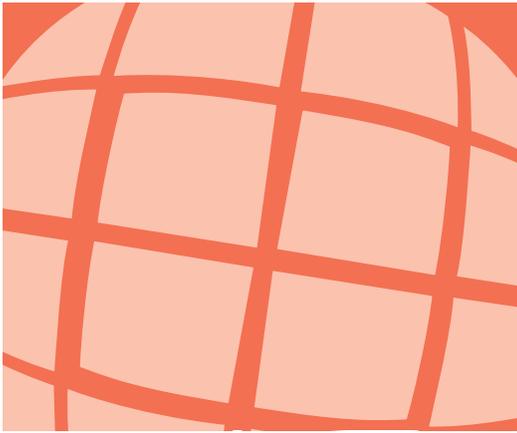


# 15

## Operaciones combinadas y jerarquía de operaciones





## Los logros que conseguirá esta semana son:

- ✓ Definir el orden en que se debe realizar una operación combinada.
- ✓ Resolver operaciones combinadas aplicando la jerarquía de operaciones.
- ✓ Desarrollar la agilidad de cálculo mental.
- ✓ Desarrollar el razonamiento lógico resolviendo problemas matemáticos.
- ✓ .....
- ✓ .....

## ¿Qué encontrará esta semana?



¡Para comenzar!

- Biografía de Hipatia



El mundo de la matemática

- Operaciones combinadas y jerarquía de las operaciones

$$\begin{array}{l} 8 \times 6 = 48 \\ 9 \times 7 = 63 \end{array}$$

Agilidad de cálculo mental

- Operaciones básicas con números enteros



Razonamiento lógico

- Problemas matemáticos de operaciones básicas con números enteros



## ¡Para comenzar!

### Hipatia

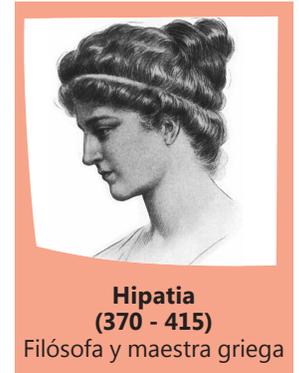
Hipatia nació en Alejandría, Egipto, a mediados del siglo IV. Fue **filósofa y maestra. Destacó en los campos de la Matemática y la Astronomía.** Llevó una vida austera<sup>1</sup> y se centró en los estudios lógicos y las ciencias exactas.

Es reconocida como la **primera mujer matemática de la historia de la humanidad. Escribió libros sobre geometría, álgebra y astronomía** y mejoró el diseño de los primitivos astrolabios (dispositivos mecánicos que simulaban el movimiento de los planetas) **e inventó un hidrómetro<sup>2</sup>.**

Estudió también historia de las diferentes religiones conocidas entonces, oratoria, el pensamiento de los filósofos y principios de la enseñanza.

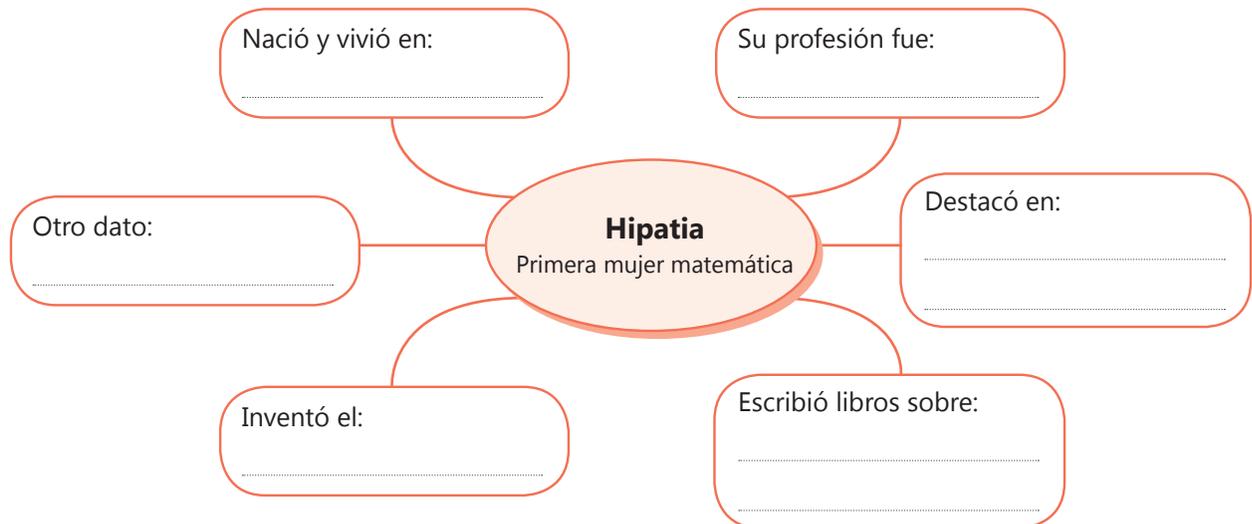
Viajó a Atenas y a Roma, siempre con el afán de aprender y de enseñar.

Tomado y adaptado de: [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org) y [www.mate.uprh.edu](http://www.mate.uprh.edu)



#### ¡A trabajar!

Escriba los datos y cualidades de Hipatia para completar el esquema. Extráigalos de la lectura. Le ayudamos con la idea principal.



<sup>1</sup> **Austera:** persona moderada en sus palabras y acciones, que carece de adornos superfluos y que vive solo con lo necesario.  
<sup>2</sup> **Hidrómetro:** instrumento que permite medir el caudal, la velocidad o la fuerza de los líquidos que se encuentran en movimiento.



## El mundo de la matemática

# 1. Operaciones combinadas y jerarquía de las operaciones

¿Quién va primero?

Una **operación combinada** es aquella que **reúne varias operaciones en una sola**. En una operación combinada pueden aparecer **sumas, restas, multiplicaciones o divisiones**. Fíjese en los ejemplos:

$$6 \times 3 + 2 - 15 \div 3 =$$

$$12 - [ 5 + (6 \times 2) ] =$$

Para resolver correctamente estas operaciones, debemos aplicar la jerarquía de las operaciones. **La jerarquía de las operaciones**, como su nombre indica, **establece el orden y la forma en que se deben realizar las operaciones**. Para resolver correctamente un ejercicio se deben seguir estas reglas:

**Regla 1.** Primero se realizan las operaciones dentro de los signos de agrupación: **paréntesis, corchetes y llaves**. Los signos de agrupación se eliminan de adentro hacia fuera.

{ [ ( ) ] }

**Regla 2.** En segundo lugar, se resuelven las **multiplicaciones y las divisiones** en el orden en que aparecen de izquierda a derecha.

$\times$   $\div$

**Regla 3.** Por último, se resuelven las **sumas y restas**, también en el orden en que se presenten, de izquierda a derecha.

$+$   $-$

**Si dos operaciones son de la misma categoría, se realizan en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha.**

### ➔ Ejercicio 1

Complete.

- Operación combinada es aquella que reúne varias operaciones en una sola. Pueden aparecer ..... y divisiones.
- La jerarquía de operaciones establece el ..... y la ..... en que se deben realizar las operaciones combinadas.

## 2. Operaciones combinadas sin signos de agrupación

Para resolver operaciones combinadas sin signos de agrupación, aplicaremos las reglas 2 y 3 de la jerarquía de operaciones.

Como siempre, lo entenderemos mejor con unos ejemplos.

Resolvamos el ejercicio:

$$10 \div 2 + 5 \times 3 =$$

- **Regla 2**, realizamos en primer lugar la división y la multiplicación.
- **Regla 3**, resolvemos la suma que quedó del paso anterior.

$$10 \div 2 + 5 \times 3 =$$

$$5 + 15 =$$

$$20$$

Otro ejercicio para reforzar nuestro aprendizaje:

$$9 \div 3 + 9 - 4 \times 5 + 2 =$$

- **Regla 2**, realizamos en primer lugar la división y la multiplicación.
- **Regla 3**, resolvemos las sumas y restas que nos quedaron del paso anterior.

$$9 \div 3 + 9 - 4 \times 5 + 2 =$$

$$3 + 9 - 20 + 2 =$$

$$12 - 20 + 2 =$$

$$-8 + 2 =$$

$$-6$$



También podemos sumar y restar como aprendimos en la semana 13. Sumamos positivos y negativos por separado. Restamos resultados parciales y ponemos el signo del mayor:  
 $3 + 9 + 2 = 14$   
 $-20$   
 $-(20 - 14) = -6$

¡Un ejemplo más!

$$3 \times 2 - 5 + 4 \times 3 - 8 + 15 \div 3 =$$

- **Regla 2**: efectuamos las multiplicaciones y la división.
- **Regla 3**: Resolvemos sumas y restas, de izquierda a derecha, tal como aparecen.

$$3 \times 2 - 5 + 4 \times 3 - 8 + 15 \div 3 =$$

$$6 - 5 + 12 - 8 + 5 =$$

$$1 + 12 - 8 + 5 =$$

$$13 - 8 + 5 =$$

$$5 + 5 =$$

$$10$$



Con la práctica, podrá resolver estas sumas y restas mentalmente.

### 3. Operaciones combinadas con signos de agrupación

Tal como indica **la regla 1**, ante una serie de operaciones combinadas con signos de agrupación, el primer paso ha de ser eliminarlos. ¿Cómo? De adentro hacia fuera: primero los paréntesis ( ), después los corchetes [ ] y, por último, las llaves { }.

Resolvamos un ejercicio. Fíjese en los pasos.

$$4 - \{ 12 - [ 8 - (14 \div 2) ] + 3 \} =$$

- Eliminamos primero el paréntesis, para lo cual resolvemos la división que está dentro. El resto lo copiamos como está. Recuerde que un signo menos delante del paréntesis nos indica que debemos cambiar el signo al resultado.

$$4 - \{ 12 - [ 8 - (14 \div 2) ] + 3 \} =$$

- Después eliminamos los corchetes. Como también se ven afectados por el signo menos, cambiamos los signos del interior.

$$4 - \{ 12 - [ 8 - 7 ] + 3 \} =$$

$$4 - \{ 12 - 8 + 7 + 3 \} =$$

- Eliminamos las llaves. Cambiamos el signo a todos los números que están dentro de las llaves.

$$4 - 12 + 8 - 7 - 3 =$$

$$-8 + 8 - 7 - 3 =$$

$$0 - 7 - 3 =$$

- Para finalizar, sumamos y restamos, de izquierda a derecha.

$$-10$$

Otro ejemplo:

$$2 - [ 3 + (5 \times 2) ] - 3 =$$

- Resolvemos la multiplicación dentro del paréntesis y eliminamos el paréntesis.

$$2 - [ 3 + (5 \times 2) ] - 3 =$$

- Eliminamos el corchete, cambiando el signo a todos los números que están dentro de él.

$$2 - [ 3 + 10 - 3 ] =$$

$$2 - 3 - 10 + 3 =$$

- Finalmente restamos y sumamos.

$$-1 - 10 + 3 =$$

$$-11 + 3 =$$

$$-8$$

## ➔ Ejercicio 2

**A.** Resuelva las operaciones combinadas. Aplique las reglas de la jerarquía de operaciones. El ejercicio 0 le sirve de ejemplo.

0)  $4 + 2 \times 3 + 7 =$

- Realice primero la multiplicación.
- Sume de izquierda a derecha.

$$\begin{array}{r}
 4 + 2 \times 3 + 7 = \\
 \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\
 4 + 6 + 7 = \\
 \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\
 10 + 7 = \\
 \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\
 17
 \end{array}$$

1)  $12 + 5 \times (-3) + 63 \div (-7) =$

- Resuelva la multiplicación y la división.
- Resuelva sumas y restas de izquierda a derecha.

$$\begin{array}{r}
 12 + 5 \times (-3) + 63 \div (-7) = \\
 12 + \dots + \dots = \\
 -3 - \dots = \\
 \dots
 \end{array}$$

2)  $9 - [ (8 \times 2) + (54 \div 9) ] =$

- Elimine paréntesis resolviendo la multiplicación y la división.
- Elimine corchetes. Tenga en cuenta el signo menos.
- Resuelva las sumas y restas finales.

$$\begin{array}{r}
 9 - [ (8 \times 2) + (54 \div 9) ] = \\
 \dots - [ \dots + \dots ] = \\
 \dots = \\
 \dots = \\
 \dots
 \end{array}$$

**B.** ¡Ahora le toca a usted!

1)  $5 + 2 \times 8 + 4 =$

2)  $10 - \{ 3 - [ 6 + (7 \times 2) ] - 5 \} =$



# Resumen

## 1. Operaciones combinadas y jerarquía de las operaciones

Las operaciones combinadas reúnen **varias operaciones en una sola**, es decir, son operaciones que combinan sumas, restas, multiplicaciones o divisiones.

La jerarquía de operaciones establece el **orden y la forma** de realizar las operaciones.

Para resolver correctamente una operación combinada se deben seguir estas reglas:

### Regla 1

Primero se realizan las operaciones dentro de los signos de agrupación: **paréntesis, corchetes y llaves**. Los signos de agrupación se eliminan de adentro hacia fuera.

{ [ ( ) ] }

### Regla 2

En segundo lugar, se resuelven las **multiplicaciones y las divisiones** en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha.

$\times$   $\div$

### Regla 3

Por último, se resuelven las **sumas y restas**, también en el orden en que se presenten, de izquierda a derecha.

$+$   $-$

## 2. Operaciones combinadas sin signos de agrupación

- Estas operaciones las resolvemos siguiendo el orden establecido en la jerarquía de las operaciones.
- Si las operaciones son de la misma categoría, se realizan en el orden que aparecen, de izquierda a derecha.

## 3. Operaciones combinadas con signos de agrupación

- Eliminamos primero los signos de agrupación de dentro hacia fuera: paréntesis, corchetes y llaves.
- Aplicamos después las reglas 2 y 3 de la jerarquía de operaciones.



## Autocontrol

### → Actividad 1. Demuestre lo aprendido.

A. Rellene el cuadro de la respuesta correcta.

- 1) ¿Qué nos indica la jerarquía de operaciones?
  - El orden en que deben realizarse las operaciones.
  - La ley de signos de la multiplicación y división.
  - La ley de signos de la suma y la resta.
  
- 2) ¿En qué orden deben eliminarse los signos de agrupación?
  - Corchetes, paréntesis, llaves.
  - Llaves, corchetes, paréntesis.
  - Paréntesis, corchetes y llaves.
  
- 3) ¿Cómo se eliminan los signos de agrupación?
  - De derecha a izquierda.
  - De afuera hacia adentro.
  - De dentro hacia fuera.
  
- 4) ¿Qué sucede cuando delante de un paréntesis hay un signo negativo?
  - Cambia el signo de todos los números que están dentro del paréntesis.
  - Quedan igual los signos de los números que están dentro del paréntesis.
  - No se puede operar.
  
- 5) Si no hay signos de agrupación y las operaciones son de la misma importancia, ¿en qué orden hay que realizar los cálculos?
  - En el orden en que aparecen de izquierda a derecha.
  - En el orden en que aparecen de derecha a izquierda.
  - No importa el orden.

## ➔ Actividad 2. Practique lo aprendido.

A. Realice las operaciones en el orden propuesto hasta llegar a la solución final. Tiene un ejemplo.

$$0) \quad [(2 \times 5) + (3 \times 7) - (6 \times 4)] =$$

$$[ \underline{10} + \underline{21} - \underline{24} ] =$$

$$\underline{31} - \underline{24} = \underline{7}$$

$$1) \quad [2 \times (5 + 3)] - [3 \times (5 - 2)] =$$

$$[2 \times \underline{\quad}] - [3 \times \underline{\quad}] =$$

$$\underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$2) \quad [(7 + 3) \times (4 + 5)] =$$

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$3) \quad [6 \times (2 \times 2)] + [(2 + 5) - 1] =$$

$$[6 \times \underline{\quad}] + \underline{\quad} - 1 =$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$4) \quad [2 \times (8 \times 2)] + [(4 \times 5)] =$$

$$[2 \times \underline{\quad}] + [\underline{\quad}] =$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$5) \quad [9 \times (7 - 3)] - [2 \times (7 + 5)] =$$

$$[9 \times \underline{\quad}] - [2 \times \underline{\quad}] =$$

$$\underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$6) \quad [(2 + 3) \times (9 - 5)] =$$

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$7) \quad [(9 \div 3) + (8 \div 2)] \times 5 =$$

$$[\underline{\quad} + \underline{\quad}] \times 5 =$$

$$\underline{\quad} \times 5 = \underline{\quad}$$

B. Resuelva las operaciones combinadas. Respete la jerarquía de operaciones. Tiene un ejemplo.

$$0) \quad [9 \times (7 - 3)] - [2 \times (7 - 5)] =$$

$$[9 \times \underline{4}] - [2 \times \underline{2}] =$$

$$\underline{36} - \underline{4} = \underline{32}$$

$$1) \quad (7 + 8) \times 4 - 3 =$$

$$2) \quad 17 - 3 \times 2 + 5 =$$

$$3) \quad [(4 \times 3) + (2 \times 5)] - (6 \times 3) =$$

$$4) \quad 2 \times (3 + 4) - 3 \times (7 - 4) =$$

$$5) \quad 24 \div 6 + 2 \times 10 =$$

6)  $42 \div 7 + 8 - (3 \times 2) =$

9)  $28 - 5 \times 4 + 16 =$

7)  $55 + 4 \times 3 - 5 \times 7 =$

10)  $[(9 \times 7) + (7 - 3) - 2 \times (7 + 5)] =$

8)  $[(5 \times 4) - (16 - 12)] \times 2 =$

11)  $[(12 \times 3) - 6] \div [(6 \times 5) - (4 \times 5)] =$

**C.** Realice las operaciones y rellene el cuadro de la respuesta correcta. Tome en cuenta la ley de signos y la jerarquía de operaciones. Tiene un ejemplo.

0)  $2 \times 4 + 3 - 8 =$

$8 + 3 - 8 =$

$11 - 8 = 3$

3

6

3)  $350 + (150 \div 5) - 50 =$

330

40

1)  $9 - [(2 \times 5) \times 1] - 3 =$

-105

-4

4)  $9 - (8 - 7) =$

-6

8

2)  $[(2 \times -9) + 24] \div [(-8 \div 4)] =$

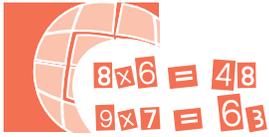
15

-3

5)  $[2 + (3 \times 4)] \times (49 \div 7) =$

98

196



## Agilidad de cálculo mental

**A.** Resuelva las sumas y restas de números enteros lo más rápido que pueda. Tenga presente la ley de signos. Tiene un ejemplo.

- |                    |                     |                      |
|--------------------|---------------------|----------------------|
| 0) $4 + 6 = 10$    | 5) $-3 + 2 =$ ..... | 10) $-8 + 3 =$ ..... |
| 1) $7 + 8 =$ ..... | 6) $-4 - 2 =$ ..... | 11) $-5 - 4 =$ ..... |
| 2) $3 - 5 =$ ..... | 7) $-2 + 5 =$ ..... | 12) $-1 + 5 =$ ..... |
| 3) $4 - 4 =$ ..... | 8) $-3 - 6 =$ ..... | 13) $-9 - 6 =$ ..... |
| 4) $9 + 8 =$ ..... | 9) $-4 + 2 =$ ..... | 14) $-6 + 7 =$ ..... |

**B.** Resuelva las multiplicaciones de enteros lo más rápido que pueda. Tenga presente la ley de signos. Tiene un ejemplo.

- |                         |                            |                                |
|-------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| 0) $4 \times 6 = 24$    | 5) $6 \times (-8) =$ ..... | 10) $(-7) \times (-3) =$ ..... |
| 1) $9 \times 7 =$ ..... | 6) $7 \times (-5) =$ ..... | 11) $(-4) \times (-5) =$ ..... |
| 2) $5 \times 2 =$ ..... | 7) $2 \times (-3) =$ ..... | 12) $(-9) \times (-3) =$ ..... |
| 3) $3 \times 8 =$ ..... | 8) $8 \times (-7) =$ ..... | 13) $(-5) \times (-6) =$ ..... |
| 4) $4 \times 9 =$ ..... | 9) $9 \times (-6) =$ ..... | 14) $(-3) \times (-8) =$ ..... |

**C.** Resuelva las divisiones de enteros lo más rápido que pueda. Tenga presente la ley de signos. Tiene un ejemplo.

- |                        |                           |                               |
|------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| 0) $24 \div 6 = 4$     | 5) $27 \div (-3) =$ ..... | 10) $(-40) \div (-8) =$ ..... |
| 1) $42 \div 7 =$ ..... | 6) $32 \div (-8) =$ ..... | 11) $(-63) \div (-9) =$ ..... |
| 2) $81 \div 9 =$ ..... | 7) $18 \div (-9) =$ ..... | 12) $(-42) \div (-6) =$ ..... |
| 3) $56 \div 8 =$ ..... | 8) $25 \div (-5) =$ ..... | 13) $(-25) \div (-5) =$ ..... |
| 4) $45 \div 5 =$ ..... | 9) $64 \div (-8) =$ ..... | 14) $(-36) \div (-4) =$ ..... |



# Razonamiento lógico

## Resolución de problemas

### A.

- 1) Jesús consulta los últimos movimientos en su cuenta de ahorro. Al inicio del mes tenía 2,500 quetzales. Sacó 450 quetzales para la compra de víveres y 325 quetzales para el pago de luz, agua y teléfono. Por último, ingresó 1,000 quetzales. ¿Cuánto dinero le queda en la cuenta? Se puede averiguar de dos formas:
  - a.  $2,500 - 450 - 325 + 1,000 =$
  - b.  $2,500 - (450 + 325) + 1,000 =$Compruebe si el resultado es el mismo.
- 2) Si a los 52 domingos del año le agregamos 12 días festivos, ¿cuántos días laborables quedan?
- 3) El bus azul tuvo el siguiente movimiento de pasaje: salió de la estación con 21 personas. En la primera parada bajaron 7 y subieron 6. En la segunda parada bajaron 13 personas y subieron 5. En la tercera parada bajaron 12 y no subió nadie. ¿Cuántas personas viajan en el bus hacia la cuarta parada?
- 4) ¿A qué edad murió una persona que nació en el año 36 a. C. y murió en el 37 d. C.?
- 5) ¿Cuántos años vivió el filósofo griego Sócrates si nació en el año 470 a. C. y murió en el año 399 a. C.?

**B.** Lea atentamente los problemas 1 a 3 y resuélvalos utilizando una sola operación combinada. Tenga especial cuidado en traducir correctamente el enunciado al lenguaje matemático, respetando la jerarquía de las operaciones y haciendo uso correcto de los paréntesis.

- 1) La biblioteca municipal decide comprar cuatro obras literarias que cuestan 68 quetzales cada una. Si en caja disponen de 575 quetzales para esta partida, ¿cuánto dinero sobraría después de realizar la compra?
- 2) A María y Orlando les gusta comer hongos de San Juan. El domingo van a buscarlos al bosque. María encuentra 26 hongos y Orlando 22. Al regresar a casa, sus dos hijos los esperan hambrientos y cuando ya están sentados en la mesa, María pregunta: ¿Cuántos hongos de San Juan nos tocan a cada uno?
- 3) Luisa y Joaquín se levantan muy temprano para comprar 12 "semitas" recién hechas en la panadería. Cada unidad cuesta 80 centavos y al pagar, el panadero les sorprende: "Hoy es el aniversario del negocio y voy a rebajar 5 centavos a cada semita". ¿Cuánto pagan por todo?



## Revise su aprendizaje

Marque con un cheque ✓ la casilla que mejor indique su rendimiento.

		logrado	en proceso	no logrado
<b>Después de estudiar...</b>	Defino el orden en que debe realizarse una operación.			
	Comprendo el orden en que deben realizarse las operaciones.			
	Realizo con éxito operaciones combinadas aplicando la jerarquía de operaciones.			
	Desarrollo con facilidad y en forma mental operaciones con números enteros.			
	Resuelvo con agilidad divisiones y multiplicaciones de números enteros.			
	Resuelvo problemas matemáticos de números enteros.			

## Notas:

Escriba aquí sus inquietudes, descubrimientos o dudas para compartir en el círculo de estudio.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---