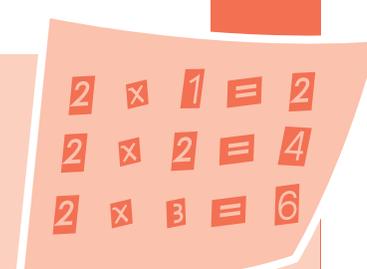
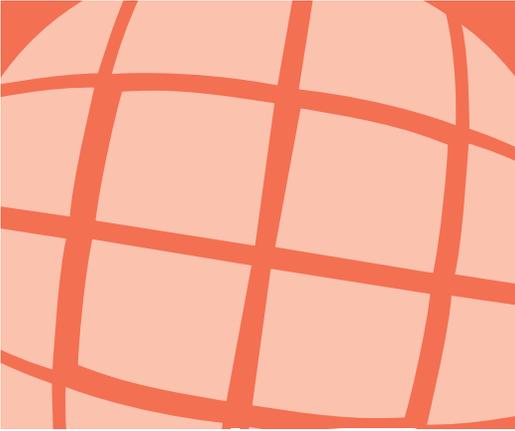


## Fracciones equivalentes





## Los logros que conseguirá esta semana son:

- ✓ Practicar y aplicar los signos  $\equiv$  (equivalente) y  $\neq$  (no equivalente).
- ✓ Definir e identificar fracciones equivalentes.
- ✓ Amplificar y simplificar fracciones.
- ✓ Resolver con agilidad multiplicaciones de números enteros y convertir mentalmente fracciones impropias a números mixtos.
- ✓ Desarrollar su razonamiento lógico resolviendo problemas matemáticos.
- ✓ .....

## ¿Qué encontrará esta semana?

 Lenguaje matemático

- Signo  $\equiv$  (equivalente) y  $\neq$  (no equivalente)



El mundo de la matemática

- Fracciones equivalentes: amplificadas y simplificadas

$8 \times 6 = 48$   
 $9 \times 7 = 63$

Agilidad de cálculo mental

- Multiplicación de números enteros y conversión de fracciones impropias a números mixtos



Razonamiento lógico

- Problemas matemáticos con fracciones



# Lenguaje matemático

Esta semana aprenderemos el signo  $\equiv$  que significa "equivalente a". El signo equivalente está formado por tres líneas horizontales y se utiliza para establecer una relación de igualdad entre dos valores.

Por ejemplo:



Cuatro monedas de 25 centavos son equivalentes a 1 quetzal.

El signo equivalente se traza de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Fíjese en la flecha:



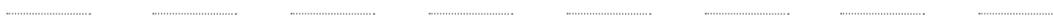
Repase con su lapicero cada signo. Siga la dirección que indica la flecha.



Cuando el signo  $\equiv$  lleva una línea encima, como si lo tachara  $\neq$ , significa "no es equivalente a". Práctiquelo.



Intente usted el trazo, dibuje el signo equivalente sobre cada línea.



Este signo  $\equiv$  significa: .....



# El mundo de la matemática

## 1. Fracciones equivalentes

**Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma fracción con números distintos.**

A simple vista podemos observar que un medio (1/2) del pastel es igual a dos cuartos (2/4).



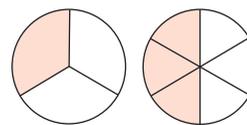
$$\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4}$$

Se lee: "un medio es equivalente a dos cuartos"

En lenguaje matemático lo expresamos:

Veamos otro ejemplo:

Determinemos gráficamente si las fracciones 1/3 y 3/6 son equivalentes. Para hacerlo dibujamos dos figuras geométricas iguales.



$$\frac{1}{3} \neq \frac{3}{6}$$

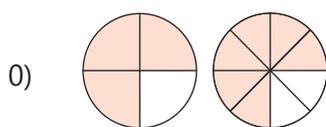
Se lee: "un tercio no es equivalente a tres sextos"

La primera la dividimos en tres partes iguales y pintamos una de ellas. La segunda, la dividimos en 6 y pintamos 3 de ellas.

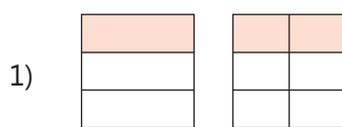
Si nos fijamos en la parte coloreada, claramente podemos apreciar que 1/3 y 3/6 **no** son fracciones equivalentes porque **no** representan la misma cantidad.

### ➔ Ejercicio 1

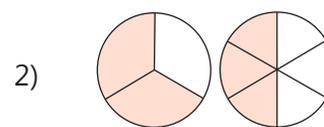
Observe las gráficas y determine si representan fracciones equivalentes o no equivalentes. Escriba el símbolo  $\equiv$  ó  $\neq$  según corresponda. Tiene un ejemplo.



$$\frac{3}{4} \equiv \frac{6}{8}$$



$$\frac{1}{3} \dots\dots\dots \frac{2}{6}$$



$$\frac{2}{3} \dots\dots\dots \frac{3}{6}$$

## 1.1 Productos cruzados

Un procedimiento para comprobar la equivalencia

Un procedimiento más práctico para establecer si dos fracciones son equivalentes, es obtener **productos cruzados**. Veamos con un ejemplo cómo se hace.

¿  $\frac{2}{5}$  es equivalente a  $\frac{4}{10}$  ?

- Multiplicamos los numeradores y los denominadores en forma cruzada: El numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y el denominador de la primera por el numerador de la segunda fracción.

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{10} \rightarrow 5 \times 4 = \mathbf{20}$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{10} \rightarrow 2 \times 10 = \mathbf{20}$$

Si el resultado de ambos productos es igual, las fracciones son equivalentes.

$$\frac{2}{5} \equiv \frac{4}{10}$$

¡Otro ejemplo!

¿  $\frac{3}{4}$  es equivalente a  $\frac{9}{12}$  ?

- Multiplicamos los numeradores y los denominadores en forma cruzada.

$$\frac{3}{4} \times \frac{9}{12} \rightarrow 4 \times 9 = \mathbf{36}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{9}{12} \rightarrow 3 \times 12 = \mathbf{36}$$

El resultado de ambos productos es igual, por lo tanto las fracciones son equivalentes.

$$\frac{3}{4} \equiv \frac{9}{12}$$

### ➔ Ejercicio 2

Utilice el procedimiento de productos cruzados para determinar si las siguientes parejas de fracciones son equivalentes o no son equivalentes. Tiene un ejemplo.

fracciones	procedimiento	¿ $\equiv$ ó $\neq$ ?
0) $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{9}$	$2 \times 9 = 18$ $3 \times 1 = 3$	$\frac{2}{3} \neq \frac{1}{9}$
1) $\frac{10}{20}$ y $\frac{1}{2}$	$10 \times 2 =$ $20 \times 1 =$	
2) $\frac{3}{8}$ y $\frac{8}{3}$	$3 \times 3 =$ $8 \times 8 =$	
3) $\frac{5}{11}$ y $\frac{20}{44}$	$5 \times 44 =$ $11 \times 20 =$	

## 1.2 Amplificación de fracciones

Amplificar significa aumentar, extender, hacer más grande. Amplificar una fracción es convertirla en otra fracción con números de mayor valor.

**Amplificar una fracción consiste en multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número**, de manera que resulte una fracción equivalente, pero con números de mayor valor.

Normalmente, si nos piden amplificar una fracción, nos indican el número por el cual debemos hacerlo: el doble (multiplicar la fracción por 2), el triple (multiplicar la fracción por 3) etc.

Ejemplo:

Amplifiquemos al doble la fracción  $\frac{3}{4}$ . Multiplicamos el numerador y el denominador de la fracción por 2:

$$\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

Comprobamos el resultado realizando los productos cruzados:

$$\frac{3}{4} \begin{array}{l} \nearrow 6 \\ \searrow 8 \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow 24 \\ \rightarrow 24 \end{array}$$

$\frac{6}{8}$  es una fracción amplificada equivalente a  $\frac{3}{4}$ .  $\frac{6}{8} \equiv \frac{3}{4}$

Otro ejemplo:

Amplificar al triple la fracción  $\frac{1}{4}$ .

Multiplicamos numerador y denominador por 3:

$$\frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12} \quad \frac{1}{4} \equiv \frac{3}{12}$$

### ➔ Ejercicio 3

Amplifique al doble y al triple las fracciones dadas. Tiene un ejemplo.

fracción	Amplificar por 2		Amplificar por 3	
	procedimiento	fracción amplificada	procedimiento	fracción amplificada
0) $\frac{2}{3}$	$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$	$\frac{2}{3} \equiv \frac{4}{6}$	$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$	$\frac{2}{3} \equiv \frac{6}{9}$
1) $\frac{3}{8}$				
2) $\frac{5}{7}$				

## 1.3 Simplificación de fracciones

Lo contrario de amplificar es simplificar. Simplificar significa acortar, reducir, hacer más simple. Así que cuando simplificamos una fracción la transformamos en una fracción de números de menor valor.

**Simplificar una fracción consiste en dividir el numerador y el denominador entre el MCD de ambos.**

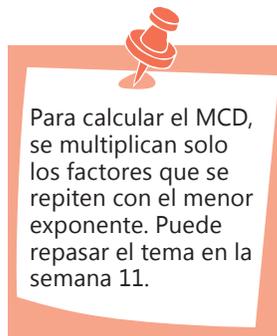
Veamos cómo se simplifica con un ejemplo.

Simplificar la fracción  $\frac{12}{18}$

- Calculamos el MCD del numerador y del denominador.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}} \right\} \text{MCD (12 y 18) = } 2 \times 3 = \mathbf{6}$$

$$12 = 2^2 \times 3 \quad 18 = 2 \times 3^2$$



- Dividimos numerador y denominador de la fracción entre el MCD.

$$\frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{12}{18} \equiv \frac{2}{3}$$

### Ejercicio 4

Simplifique la fracción  $\frac{21}{48}$ . Recuerde que primero debe calcular el MCD.

- MCD de 21 y 48:

$$\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ \dots & \\ \dots & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ \dots & \\ \dots & \\ \dots & \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ \dots & \\ \dots & \end{array}} \right\} \text{MCD (21 y 48) = } \dots$$

$$21 = \dots \quad 48 = \dots$$

- Divida el numerador y el denominador de la fracción entre el MCD.

$$\frac{21 \div \dots}{48 \div \dots} = \dots$$

$$\frac{21}{48} \equiv \dots$$



# Resumen

## 1. Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma fracción con números distintos.

Para expresar esta relación se utilizan los signos:  $\equiv$  "equivalente a" y  $\neq$  "no es equivalente a".

### 1.1 Productos cruzados

Una forma práctica de establecer si dos fracciones son equivalentes es obtener productos cruzados. Para hacerlo:

- Multiplicamos numeradores y denominadores en forma cruzada.
- Si el resultado de ambos productos es igual, las fracciones son equivalentes.

$$\frac{3}{4} \begin{matrix} \nearrow 6 \\ \searrow 8 \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow 4 \times 6 = 24 \\ \rightarrow 3 \times 8 = 24 \end{matrix}$$

$$\frac{3}{4} \equiv \frac{6}{8}$$

### 1.2 Amplificación de fracciones

Amplificar una fracción consiste en multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número, de manera que nos resulte una fracción equivalente, pero con números de mayor valor.

$$\frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{4} \equiv \frac{3}{12}$$

### 1.3 Simplificación de fracciones

Simplificar una fracción consiste en transformarla en otra fracción equivalente, pero de números de menor valor. Para simplificar una fracción, se divide el numerador y el denominador entre el MCD de ambos. Por ejemplo.

Simplificar  $\frac{15}{45}$

- Calculamos el MCD de 15 y 45:

$$\left. \begin{array}{l} 15 \begin{array}{l} | 3 \\ 5 \ 5 \\ 1 \end{array} \\ 45 \begin{array}{l} | 3 \\ 15 \ 3 \\ 5 \ 5 \\ 1 \end{array} \\ 15 = 3 \times 5 \quad 45 = 3^2 \times 5 \end{array} \right\} \text{MCD (15 y 45)} = 3 \times 5 = 15$$

- Dividimos numerador y denominador de la fracción entre el MCD.

$$\frac{15 \div 15}{45 \div 15} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{15}{45} \equiv \frac{1}{3}$$



## Autocontrol

### ➔ Actividad 1. Demuestre lo aprendido

Defina con sus palabras los siguientes conceptos.

Fraciones equivalentes: .....

.....

Fración amplificada: .....

.....

Fración simplificada: .....

.....

### ➔ Actividad 2. Practique lo aprendido

A. Compruebe si las fracciones son equivalentes. Utilice el método de productos cruzados. Tiene un ejemplo.

fracciones	procedimiento	¿ $\equiv$ ó $\neq$ ?
0) $\frac{5}{7}$ y $\frac{20}{28}$	$5 \times 28 = 140$ $7 \times 20 = 140$	$\frac{5}{7} \equiv \frac{20}{28}$
1) $\frac{12}{5}$ y $\frac{60}{25}$		
2) $\frac{200}{24}$ y $\frac{8}{1}$		
3) $\frac{12}{4}$ y $\frac{6}{2}$		
4) $\frac{15}{12}$ y $\frac{5}{3}$		

B. Amplifique al doble y al triple las fracciones dadas. Tiene un ejemplo.

fracción	Amplificar por 2		Amplificar por 3	
	procedimiento	fracción amplificada	procedimiento	fracción amplificada
0) $\frac{7}{3}$	$\frac{7 \times 2}{3 \times 2} = \frac{14}{6}$	$\frac{7}{3} \equiv \frac{14}{6}$	$\frac{7 \times 3}{3 \times 3} = \frac{21}{9}$	$\frac{7}{3} \equiv \frac{21}{9}$
1) $\frac{1}{2}$				
2) $\frac{12}{15}$				

C. Simplifique las fracciones en su cuaderno. Recuerde que para simplificar debe calcular el MCD del numerador y del denominador. Luego debe dividir numerador y denominador entre el MCD. Tiene un ejemplo.

0) Simplifique  $\frac{4}{6}$

<p>1. Calcule el MCD de 4 y 6.</p> $\begin{array}{r l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$ $4 = 2^2$ $\begin{array}{r l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $6 = 2 \times 3$ <p>MCD (4 y 6) = <b>2</b></p>	<p>2. Divida numerador y denominador de la fracción entre el MCD.</p> $\frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$ $\frac{4}{6} \equiv \frac{2}{3}$
---	--

1)  $\frac{36}{60} \equiv$

10)  $\frac{12}{18} \equiv$

19)  $\frac{17}{34} \equiv$

2)  $\frac{26}{39} \equiv$

11)  $\frac{15}{55} \equiv$

20)  $\frac{20}{58} \equiv$

3)  $\frac{8}{10} \equiv$

12)  $\frac{10}{22} \equiv$

21)  $\frac{10}{30} \equiv$

4)  $\frac{15}{20} \equiv$

13)  $\frac{5}{20} \equiv$

22)  $\frac{15}{75} \equiv$

5)  $\frac{26}{42} \equiv$

14)  $\frac{9}{12} \equiv$

23)  $\frac{10}{100} \equiv$

6)  $\frac{7}{35} \equiv$

15)  $\frac{22}{54} \equiv$

24)  $\frac{8}{40} \equiv$

7)  $\frac{10}{16} \equiv$

16)  $\frac{12}{14} \equiv$

25)  $\frac{16}{64} \equiv$

8)  $\frac{12}{36} \equiv$

17)  $\frac{6}{60} \equiv$

26)  $\frac{22}{77} \equiv$

9)  $\frac{3}{36} \equiv$

18)  $\frac{18}{36} \equiv$

27)  $\frac{18}{48} \equiv$

### ➔ Actividad 3. Desarrolle nuevas habilidades

- A.** Amplificar una fracción consiste en multiplicar numerador y denominador por el mismo número. Si la fracción amplificada se multiplica de nuevo, el resultado será una fracción equivalente a la primera y a la segunda. Amplifique las fracciones por el número que indica la flecha. Observe el ejemplo.

$$0) \quad \frac{6}{5} \xrightarrow{\times 2} \frac{12}{10} \xrightarrow{\times 3} \frac{36}{30}$$

$$2) \quad \frac{3}{5} \xrightarrow{\times 5} \quad \xrightarrow{\times 3} \quad \equiv$$

$$1) \quad \frac{8}{9} \xrightarrow{\times 2} \quad \xrightarrow{\times 2} \quad \equiv$$

$$3) \quad \frac{4}{3} \xrightarrow{\times 2} \quad \xrightarrow{\times 3} \quad \equiv$$

- B.** Encuentre el término desconocido para que las fracciones sean equivalentes. ¿Cómo? Dividiendo el término conocido, numerador o denominador, de la segunda fracción entre el numerador o denominador de la primera fracción. Así sabrá por qué número se ha amplificado. Tiene un ejemplo.

$$0) \quad \frac{15}{12} \equiv \frac{30}{?}$$

$$3) \quad \frac{14}{?} \equiv \frac{28}{16}$$

$$30 \div 15 = 2$$

$$2 \times 12 = 24$$

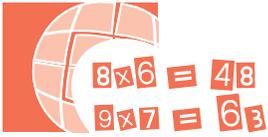
$$\frac{15}{12} \equiv \frac{30}{24}$$

$$1) \quad \frac{2}{3} \equiv \frac{?}{6}$$

$$4) \quad \frac{?}{8} \equiv \frac{24}{64}$$

$$2) \quad \frac{5}{2} \equiv \frac{10}{?}$$

$$5) \quad \frac{5}{?} \equiv \frac{35}{56}$$



## Agilidad de cálculo mental

**A.** Resuelva las multiplicaciones de números enteros. Tome en cuenta la ley de signos. Tiene un ejemplo.

- |                                    |                                       |  |
|------------------------------------|---------------------------------------|--|
| 0) $3 \times 0 = \mathbf{0}$       | 10) $2 \times (-8) = \dots\dots\dots$ | 20) $(-8) \times 9 = \dots\dots\dots$  |
| 1) $7 \times 3 = \dots\dots\dots$  | 11) $4 \times (-9) = \dots\dots\dots$ | 21) $(-3) \times 2 = \dots\dots\dots$  |
| 2) $8 \times 5 = \dots\dots\dots$  | 12) $9 \times (-1) = \dots\dots\dots$ | 22) $(-2) \times 4 = \dots\dots\dots$  |
| 3) $11 \times 1 = \dots\dots\dots$ | 13) $3 \times (-4) = \dots\dots\dots$ | 23) $(-4) \times 6 = \dots\dots\dots$  |
| 4) $8 \times 7 = \dots\dots\dots$  | 14) $1 \times (-5) = \dots\dots\dots$ | 24) $(-5) \times 8 = \dots\dots\dots$  |
| 5) $11 \times 2 = \dots\dots\dots$ | 15) $6 \times (-9) = \dots\dots\dots$ | 25) $(-6) \times 10 = \dots\dots\dots$ |
| 6) $5 \times 3 = \dots\dots\dots$  | 16) $8 \times (-2) = \dots\dots\dots$ | 26) $(-9) \times 1 = \dots\dots\dots$  |
| 7) $5 \times 7 = \dots\dots\dots$  | 17) $9 \times (-1) = \dots\dots\dots$ | 27) $(-1) \times 3 = \dots\dots\dots$  |
| 8) $6 \times 8 = \dots\dots\dots$  | 18) $5 \times (-7) = \dots\dots\dots$ | 28) $(-7) \times 5 = \dots\dots\dots$  |
| 9) $21 \times 1 = \dots\dots\dots$ | 19) $3 \times (-3) = \dots\dots\dots$ | 29) $(-7) \times 0 = \dots\dots\dots$  |

**B.** La conversión de números mixtos a fracciones impropias y viceversa puede hacerse mentalmente. Realice las siguientes conversiones de números mixtos en fracciones impropias. Intente hacerlo en menos de 5 minutos. ¡Anímeselo!

- |   |                                       |  |
|---|---------------------------------------|--|
| 0) $9 \frac{3}{8} = \frac{\mathbf{75}}{\mathbf{8}}$ | 7) $5 \frac{1}{9} = \dots\dots\dots$  | 14) $8 \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$  |
| 1) $4 \frac{2}{9} = \dots\dots\dots$                | 8) $4 \frac{2}{4} = \dots\dots\dots$  | 15) $5 \frac{5}{7} = \dots\dots\dots$  |
| 2) $9 \frac{2}{3} = \dots\dots\dots$                | 9) $3 \frac{1}{8} = \dots\dots\dots$  | 16) $5 \frac{9}{10} = \dots\dots\dots$ |
| 3) $7 \frac{1}{7} = \dots\dots\dots$                | 10) $3 \frac{3}{7} = \dots\dots\dots$ | 17) $7 \frac{4}{5} = \dots\dots\dots$  |
| 4) $4 \frac{5}{10} = \dots\dots\dots$               | 11) $6 \frac{2}{9} = \dots\dots\dots$ | 18) $8 \frac{1}{2} = \dots\dots\dots$  |
| 5) $9 \frac{1}{5} = \dots\dots\dots$                | 12) $8 \frac{1}{8} = \dots\dots\dots$ | 19) $8 \frac{1}{9} = \dots\dots\dots$  |
| 6) $9 \frac{1}{2} = \dots\dots\dots$                | 13) $9 \frac{2}{9} = \dots\dots\dots$ | 20) $9 \frac{2}{4} = \dots\dots\dots$  |



## Razonamiento lógico

Resuelva los problemas en su cuaderno. Pida a su orientador voluntario que revise los procedimientos. Escriba siempre la respuesta a los problemas.

- 1) En una bodega hay cinco sacos de cemento, cuatro están llenos y el último tiene una octava parte de cemento. Represente con un número mixto y con una fracción impropia cuánto cemento hay en la bodega.
- 2) Pedro y Manuela reciben el mismo sueldo y desean colaborar con el gasto familiar. Pedro aporta  $\frac{5}{8}$  de su sueldo y Manuela  $\frac{3}{8}$ .
  - a. Represente gráficamente el aporte de cada uno.
  - b. ¿Cuál de los dos hermanos aporta más?
- 3) María debe tomar la mitad de una pastilla ( $\frac{1}{2}$ ) tres veces al día. Por error partió las pastillas en cuartos ( $\frac{1}{4}$ ).
  - a. ¿Cuántos cuartos de pastilla debe tomar para ingerir la dosis adecuada? Grafique su respuesta.
  - b. ¿Cuántos cuartos de pastilla tomará en total en un día?
- 4) La receta de un pastel dice que hay que agregar  $\frac{8}{12}$  de taza de esencia de almendra. Simplifique esta cantidad.
- 5) En la vuelta ciclista a Guatemala  $\frac{7}{12}$  de los competidores eran guatemaltecos,  $\frac{1}{12}$  colombianos y  $\frac{4}{12}$  de diferentes países. Represente gráficamente y compare las fracciones. ¿Qué país tenía la mayor cantidad de participantes?
- 6) En un estadio, seis novenas partes de los aficionados apoyan al equipo A y cuatro doceavas partes apoyan al equipo B.
  - a. Simplifique las fracciones de los aficionados de cada equipo.
  - b. Represente gráficamente y compare: ¿Qué equipo tiene más aficionados?
- 7) Una mezcla de cereales está compuesta por  $\frac{3}{4}$  de trigo,  $\frac{5}{12}$  de arroz y  $\frac{1}{6}$  de avena.
  - a. ¿Qué cereal está presente en mayor cantidad en la mezcla?
  - b. ¿Qué cereal está presente en menor cantidad en la mezcla?

Le damos una pista: para poder comparar la cantidad de cereal debe convertir  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{1}{6}$  en fracciones equivalentes con denominador 12.



## Revise su aprendizaje

Marque con un cheque ✓ la casilla que mejor indique su rendimiento.

logrado	en proceso	no logrado

Después de estudiar...

Practico y aplico los signos  $\equiv$  (equivalente) y  $\neq$  (no equivalente).

Defino e identifico fracciones equivalentes.

Amplifico y simplifico fracciones.

Resuelvo con agilidad multiplicaciones de números enteros y convierto mentalmente fracciones impropias a números mixtos.

Desarrollo el razonamiento lógico resolviendo problemas matemáticos.

## Notas:

Escriba aquí sus inquietudes, descubrimientos o dudas para compartir en el círculo de estudio.

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---