

26



Pares ordenados y producto cartesiano

¿Qué encontrará esta semana?



Elija su menú



Par ordenado y producto cartesiano



Operaciones combinadas



Trazar una figura en el plano a partir de la ubicación de pares ordenados.

Competencia:

Utiliza modelos matemáticos (relaciones, funciones y ecuaciones en la representación y comunicación de resultados).

Esta semana logrará:

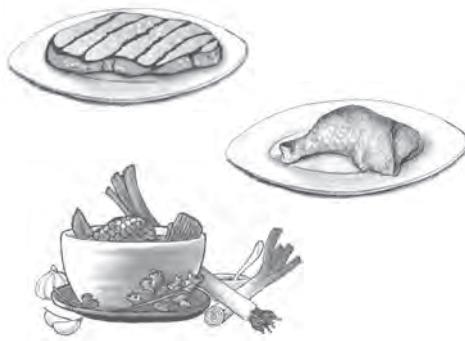
- ✓ Identificar combinaciones en actividades cotidianas.
- ✓ Realizar pares ordenados.
- ✓ Representar un producto cartesiano en forma enumerativa, tabla de doble entrada y en un plano cartesiano.
- ✓ Practicar el cálculo mental con operaciones combinadas y producto de monomios.
- ✓ Trazar una figura geométrica por medio de pares ordenados en el plano cartesiano.
- ✓ _____



¡Para comenzar!

Elija su menú

En el restaurante “Las Delicias” hay varias opciones de almuerzo a elegir. Veamos cuál es el menú del día.



Menú del día

Hoy le ofrecemos:

carne asada
pollo frito
caldo de res

Puede acompañar su plato con **arroz**, **ensalada** o **guacamol**.

¡Buen provecho!

¿Cuántas opciones distintas de almuerzo hay?

Con la ayuda de la tabla haremos todas las combinaciones posibles para preparar el “menú del día”. Llamamos conjunto A al conjunto plato principal y conjunto B al conjunto acompañamiento. Observe.

A \ B	arroz	ensalada	guacamol
carne asada	carne asada y arroz	carne asada y ensalada	carne asada y guacamol
pollo frito	pollo frito y arroz	pollo frito y ensalada	pollo frito y guacamol
caldo de res	caldo de res y arroz	caldo de res y ensalada	caldo de res y guacamol

¡Se pueden escoger 9 menús distintos! Cada plato lo podríamos clasificar como un par ordenado. Esta semana aprenderá por qué.

¡A trabajar!

Practique formando parejas ordenadas. Escriba en la tabla todas las combinaciones posibles de sabores de helado (conjunto A) con un acompañamiento (conjunto B). Escriba primero el sabor del helado y después el acompañamiento. Tiene un ejemplo.

A \ B	manías	anisillos	granola
fresa	fresa y manías		
vainilla			
chocolate			



El mundo de la matemática

1. Pares ordenados

Si pensamos en un día cualquiera de nuestra vida, descubriremos que está lleno de rutinas que realizamos en un orden determinado.

Por ejemplo: **primero** comemos y **después** nos lavamos los dientes.

Algo semejante sucede en matemáticas cuando hablamos de pares ordenados. Un **par ordenado** lo definimos como una colección de **dos elementos** unidos en un orden determinado.

Un par ordenado se expresa mediante dos números o dos letras minúsculas, separados por una coma y entre paréntesis:

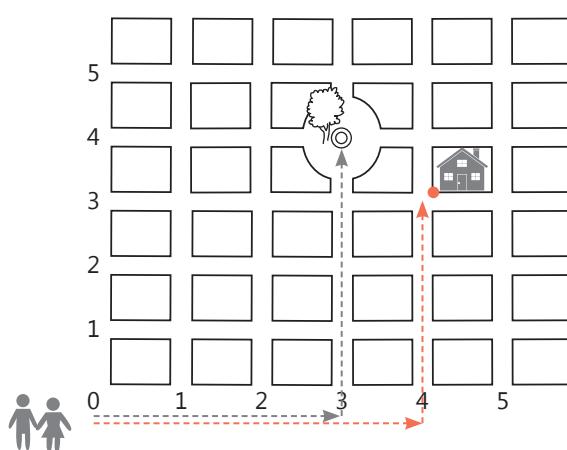
(a, b) se lee: *par ordenado a, b*

La expresión (a, b) significa que a forma pareja con b en el orden que aparecen: primero el elemento a y después el elemento b .

Los pares ordenados nos sirven principalmente para **ubicar** objetos o puntos sobre una gráfica.

Veamos un ejemplo

Sara dibuja un plano para indicarle a su amigo Gabriel cuántas cuadras debe caminar para llegar a su casa. Observe con atención.



Gabriel debe caminar 4 cuadras hacia la derecha (horizontal) y 3 cuadras hacia arriba (vertical). Podemos representar el trayecto con el par ordenado $(4, 3)$.

Si Gabriel caminara 3 cuadras a la derecha y 4 cuadras hacia arriba, no llegaría a la casa de Sara. Observe la ilustración, el camino equivocado está trazado en gris. Por lo tanto, un par ordenado no cumple con la propiedad conmutativa, $(4, 3) \neq (3, 4)$.

2. Producto cartesiano

En la sección ¡Para comenzar! formamos un producto cartesiano al combinar todos los elementos del conjunto “plato principal” con todos los elementos del conjunto “acompañamiento”.



Al igual que un par ordenado, el producto cartesiano **no** cumple con la propiedad commutativa, $A \times B \neq B \times A$.

El producto cartesiano de dos conjuntos **A** y **B** es otro conjunto **A x B** formado por todos los **pares ordenados** que pueden formarse, combinando cada elemento del conjunto **A**, con cada elemento del conjunto **B**.

Simbólicamente se representa así:

A x B, se lee: “*A por B*” o “conjunto producto cartesiano de *A por B*”.

2.1 Formas de representar el producto cartesiano

El producto cartesiano es un conjunto y como tal se puede representar en forma enumerativa, en una tabla de doble entrada y en un plano cartesiano. Veamos.

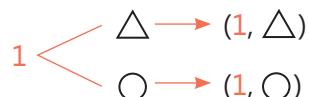
a. Forma enumerativa

Recuerde que enumerar es contar, hacer una lista. Por lo tanto, representar el producto cartesiano en forma enumerativa, consiste en realizar una lista de todos los pares ordenados posibles.

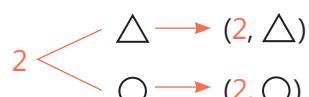
Por ejemplo

Dados los conjuntos **A** = { 1, 2 } y **B** = { Δ , \circ }, hallemos el producto cartesiano **A x B**.

- Combinamos el primer elemento del conjunto **A**, que es 1, con cada elemento del conjunto **B** para formar todos los pares posibles.



- Para completar el producto cartesiano, combinamos el segundo elemento del conjunto **A**, que es 2, con cada elemento de **B**.



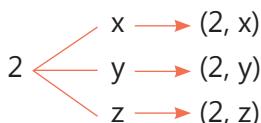
- Ahora escribimos el conjunto producto cartesiano en orden tomando todas las parejas que obtuvimos.

$$A \times B = \{ (1, \Delta), (1, \circ), (2, \Delta), (2, \circ) \}$$

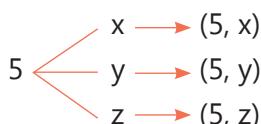
Otro ejemplo

Dados los conjuntos $\mathbf{A} = \{ 2, 5, 7 \}$ y $\mathbf{B} = \{ x, y, z \}$, hallemos $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$.

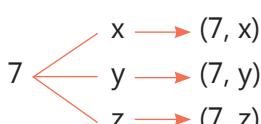
- Combinamos el primer elemento del conjunto \mathbf{A} con cada elemento del conjunto \mathbf{B} para formar todos los pares posibles.



- Combinamos el segundo elemento del conjunto \mathbf{A} con cada elemento del conjunto \mathbf{B} .



- Combinamos el tercer elemento del conjunto \mathbf{A} con cada elemento del conjunto \mathbf{B} .



- Escribimos el conjunto producto cartesiano en orden tomando todas las parejas que obtuvimos.

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \{ (2, x), (2, y), (2, z), (5, x), (5, y), (5, z), (7, x), (7, y), (7, z) \}$$

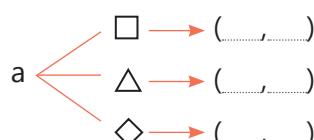
 Para verificar el número de pares ordenados que debemos obtener del producto cartesiano, multiplicamos entre sí el número de elementos de cada conjunto.
 En el ejemplo $A \times B = 3 \times 3 = 9$
 Debemos obtener 9 pares ordenados.



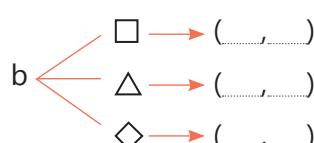
Ejercicio 1

Dados los conjuntos $\mathbf{C} = \{ a, b \}$ y $\mathbf{D} = \{ \square, \triangle, \diamond \}$, halle $C \times D$ en forma enumerativa.

- Combine el primer elemento del conjunto C con cada elemento del conjunto D para formar todos los pares posibles.



- Combine el segundo elemento del conjunto C, con cada elemento del conjunto D.



- Escriba el conjunto producto cartesiano en orden tomando todas las parejas que obtuvo.

$$\mathbf{C} \times \mathbf{D} = \{ \dots \}$$

b. Tabla de doble entrada

Una tabla de doble entrada es un cuadro que combina dos valores. Está formada por filas y columnas. En la primera columna se escriben los elementos del primer conjunto, en la primera fila los elementos de segundo conjunto.

Veamos un ejemplo

Dados los conjuntos $V = \{ a, e, i, o, u \}$ y $L = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$

Realicemos el producto cartesiano $V \times L$ en una tabla de doble entrada.

Representamos el conjunto **V en la primera columna** y el conjunto **L en la primera fila**. En cada celda escribimos un par ordenado, primero el elemento del conjunto V y después el elemento del conjunto L.

Recuerde:
Debemos obtener
25 pares ordenados
porque:
 $V \times L = 5 \times 5 = 25$

V \ L	1	3	5	7	9
a	(a, 1)	(a, 3)	(a, 5)	(a, 7)	(a, 9)
e	(e, 1)	(e, 3)	(e, 5)	(e, 7)	(e, 9)
i	(i, 1)	(i, 3)	(i, 5)	(i, 7)	(i, 9)
o	(o, 1)	(o, 3)	(o, 5)	(o, 7)	(o, 9)
u	(u, 1)	(u, 3)	(u, 5)	(u, 7)	(u, 9)

Ejercicio 2

Dados los conjuntos $C = \{ 1, 3 \}$, $D = \{ 2, 4, 6, 8 \}$ y $E = \{ 7, 9, 11, 13 \}$

Halle el producto cartesiano indicado en cada numeral y conteste la pregunta.

1) $C \times D$

C \ D	2	4	6	8
1				
3				

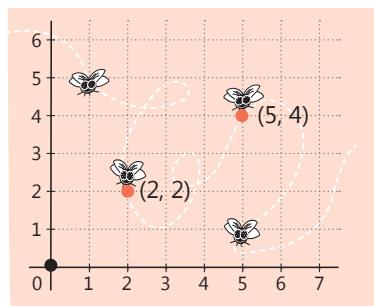
2) $C \times E$

C \ E				

3) ¿Cuántos pares se deben obtener del producto cartesiano $C \times E$?

El plano cartesiano

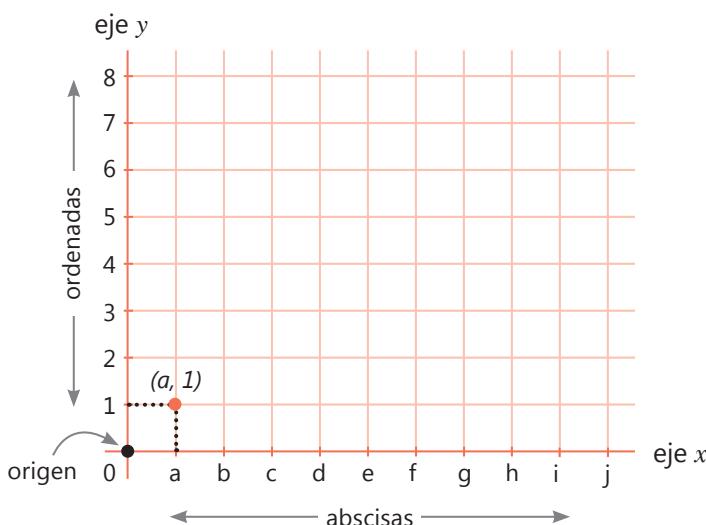
El plano cartesiano debe su nombre al matemático René Descartes. Cuentan que estando en su habitación observó una mosca volando. Quiso ubicarla y comenzó a cuadricular la habitación en su mente, trazó una línea vertical y otra horizontal, así fue haciendo cuadritos imaginarios. A través de este método podía situar a la mosca en un lugar determinado.



El plano cartesiano se compone de estas partes:

- Una línea horizontal llamada eje de **abscisas** o **eje x**.
- Una línea vertical llamada eje de **ordenadas** o **eje y**.
- Un punto de origen (**0**) donde se unen los ejes.

Sobre el eje **x** escribimos los elementos del primer conjunto del producto cartesiano y sobre el eje **y** los elementos del segundo conjunto. Observe la gráfica.



¡Atención!
Se recomienda utilizar una hoja cuadriculada para dibujar el plano cartesiano y usar siempre una regla para trazar cada línea.

¿Cómo ubicamos un par ordenado en el plano cartesiano?

Por ejemplo, si queremos ubicar el par ordenado **(a, 1)**, buscamos el elemento **a** en el eje **x**, trazamos una línea punteada vertical. Buscamos el elemento **1** sobre el eje **y**, trazamos una línea punteada horizontal. En la intersección de las líneas está el par ordenado **(a, 1)**.



Ejercicio 3

Dado el subconjunto del producto cartesiano **V x L = { (a, 1), (e, 3), (i, 5), (a, 5), (e, 7) }**, localice los pares ordenados en el plano cartesiano de arriba. Guíese por el ejemplo.

c. Representación del conjunto producto cartesiano en el plano cartesiano.

Veamos un ejemplo de cómo representar un producto cartesiano en el plano cartesiano.

Dados los conjuntos $C = \{ a, b, c \}$ y $P = \{ 2, 4, 6 \}$

- Hallemos el producto cartesiano $C \times P$.

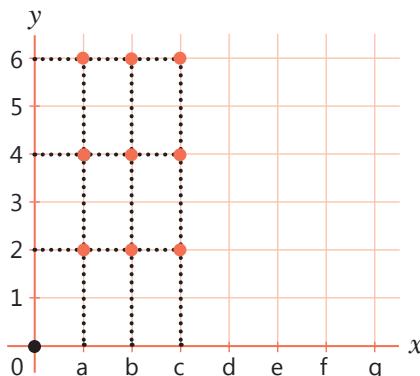
Combinamos los elementos del conjunto C con cada elemento del conjunto P .

$$C \times P = \{ (a, 2), (a, 4), (a, 6), (b, 2), (b, 4), (b, 6), (c, 2), (c, 4), (c, 6) \}$$

- Representemos el producto cartesiano $C \times P$ en un plano cartesiano.
Dibujamos el plano cartesiano y ubicamos los pares ordenados del producto cartesiano.



Recuerde que el primer elemento del par ordenado representa la posición en el eje x , el segundo elemento representa el eje y .



¡Otro ejemplo!

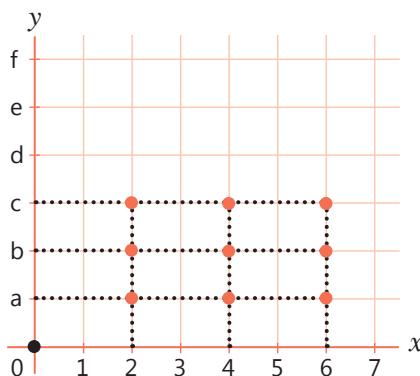
Para los mismos conjuntos $C = \{ a, b, c \}$ y $P = \{ 2, 4, 6 \}$

- Hallemos el producto cartesiano $P \times C$.

En forma enumerativa:

$$P \times C = \{ (2, a), (2, b), (2, c), (4, a), (4, b), (4, c), (6, a), (6, b), (6, c) \}$$

- Representemos el producto cartesiano $P \times C$ en un plano cartesiano.



Observe que la posición de los pares ordenados ha cambiado. Por tanto, el producto cartesiano no es commutativo y $C \times P \neq P \times C$.

Ejercicio 4

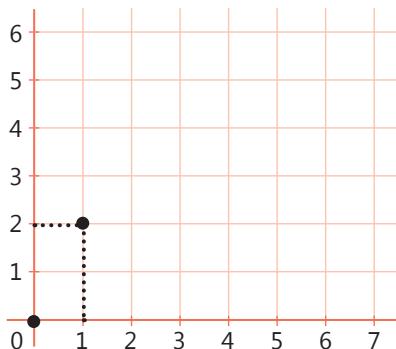
Dados los conjuntos $A = \{1, 3\}$ y $B = \{2, 4, 6\}$, observe que $A \times B \neq B \times A$.

- 1) Halle cada producto cartesiano $A \times B$ y $B \times A$.

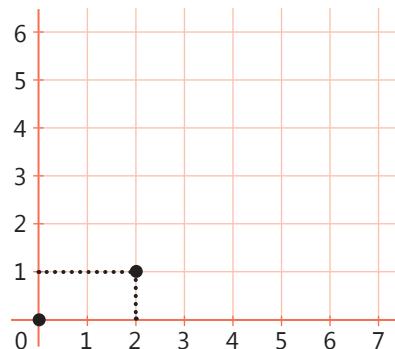
$$A \times B = \{(1, 2), (1, 4), \dots\} \quad \}$$

$$B \times A = \{(2, 1), (2, 3), \dots\} \quad \}$$

- 2) Represente $A \times B$ en el plano cartesiano.



- 3) Represente $B \times A$ en el plano cartesiano.



Resumen

1. Un par ordenado asocia dos elementos (a, b) de dos conjuntos cualesquiera. Los elementos tienen la característica de estar unidos en un orden determinado que establece cuál es primer elemento y cuál es el segundo.
2. El conjunto producto cartesiano de dos conjuntos \mathbf{A} y \mathbf{B} es otro conjunto $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ formado por todos los pares ordenados que pueden formarse, tal que el primer elemento pertenece al conjunto \mathbf{A} y el segundo pertenece al conjunto \mathbf{B} .

El producto cartesiano $A \times B$ no es igual que $B \times A$, $\Rightarrow \mathbf{A} \times \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \times \mathbf{A}$.

- 2.1** El producto cartesiano se puede representar de forma: **enumerativa**, en una **tabla de doble entrada** y en un **plano cartesiano**.

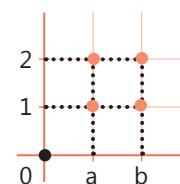
enumerativa

$$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$$

tabla de doble entrada

	B	1	2
A	(a, 1)	(a, 2)	
b	(b, 1)	(b, 2)	

plano cartesiano





Autocontrol

→ Actividad 1. Demuestre lo aprendido

Rellene el círculo de la opción correcta a cada pregunta.

- 1) Dado el par ordenado (1, 7), ¿en qué eje localizamos el elemento 1?
 En el eje x
 En el eje y
 En el eje vertical

- 2) Dado el par ordenado (1, b), ¿en qué eje localizamos el elemento b?
 En el eje x
 En el eje y
 En el eje horizontal

- 3) Si representamos el producto $A \times B$ en un plano cartesiano, ¿en qué eje escribimos los elementos de A?
 En el eje x
 En el eje y
 En las ordenadas

- 4) Si representamos el producto $H \times K$ en un plano cartesiano, ¿en qué eje escribimos los elementos de K?
 En el eje x
 En el eje y
 En las abscisas

- 5) Si representamos el producto $B \times A$ en un plano cartesiano, ¿en qué eje escribimos los elementos de B?
 En el eje x
 En el eje y
 En las ordenadas

- 6) Dados los conjuntos $J = \{ 0 \}$ y $K = \{ a \}$, ¿cuál es el resultado correcto del producto $J \times K$?
 $J \times K = \{ 0, a \}$
 $J \times K = \{ a, 0 \}$
 $K \times J = \{ 0, a \}$

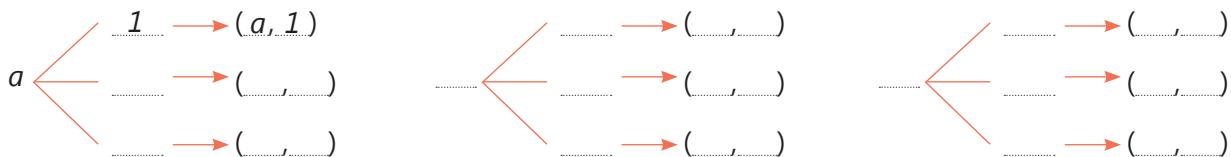
- 7) Dados los conjuntos $A = \{ 1 \}$ y $B = \{ c, d \}$, ¿cuál es el resultado correcto del producto $B \times A$?
 $B \times A = \{ (1, c), (1, d) \}$
 $B \times A = \{ (c, 1), (1, d) \}$
 $B \times A = \{ (c, 1), (d, 1) \}$

→ Actividad 2. Practique lo aprendido

A. Realice las actividades

- 1) Dados los conjuntos $\mathbf{A} = \{a, r, v\}$ y $\mathbf{B} = \{1, 3, 5\}$, realice el producto $A \times B$ en forma enumerativa.

- Combine cada elemento del conjunto \mathbf{A} , con cada elemento del conjunto \mathbf{B} .



- Escriba el conjunto producto cartesiano con todos los pares ordenados.

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \{ \dots \}$$

- 2) Dados los conjuntos $\mathbf{C} = \{1, 2, 3\}$ y $\mathbf{D} = \{a, b, c\}$. Realice el producto cartesiano $C \times D$ en una tabla de doble entrada. Escriba los elementos de C en la primera columna y los elementos de D en la primera fila. Fíjese en el ejemplo.

	D	a	b	c
C	1	(1, a)		
2				
3				

- 3) Dados los conjuntos $\mathbf{A} = \{2, 4\}$ y $\mathbf{B} = \{1, 3, 5\}$.

- a. ¿Cuántos pares ordenados debe tener el producto cartesiano $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$?

- b. Halle el producto cartesiano $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$.

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \{ \dots \}$$

- c. Represente $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ en el plano cartesiano.



- 4) Dados los conjuntos $D = \{ 2, 4, 6 \}$ y $G = \{ 1, 5, 7 \}$.

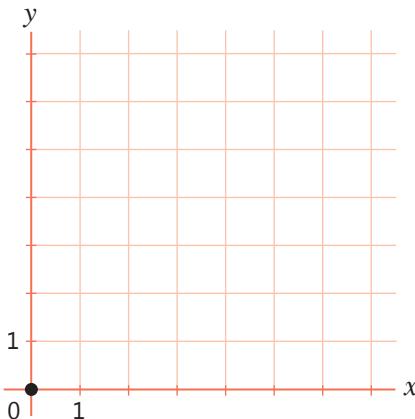
- a. Halle el producto cartesiano $D \times G$.

$D \times G =$ _____

- b. Represente el producto cartesiano $D \times G$ en una tabla de doble entrada.

D	G	1		
2				

- c. Escriba los elementos de cada conjunto en el eje correspondiente y represente el producto cartesiano $D \times G$ en el plano.

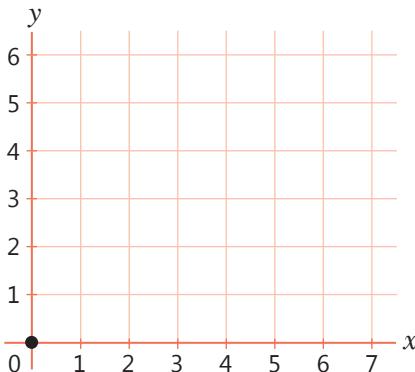


- d. Compruebe que $D \times G \neq G \times D$.

- Halle el producto cartesiano $G \times D$.

$G \times D =$ _____

- Represente el producto cartesiano $G \times D$ en un plano cartesiano.



- e. Observe la posición de los puntos en cada plano cartesiano y explique por qué $D \times G \neq G \times D$.



Agilidad de cálculo mental

Resuelva las operaciones lo más rápido que pueda.

- A.** Recuerde la jerarquía de operaciones, primero se realiza el producto y luego las sumas. Fíjese en los ejemplos.

0) $3 \times 5 + 5 =$ 20

12) $3 + 5 \times 5 =$ 28

1) $2 \times 9 + 2 =$

13) $6 + 8 \times 2 =$

2) $6 \times 1 + 4 =$

14) $5 + 1 \times 1 =$

3) $9 \times 4 + 2 =$

15) $6 + 2 \times 3 =$

4) $5 \times 5 + 5 =$

16) $9 + 3 \times 6 =$

5) $7 \times 7 + 3 =$

17) $1 + 2 \times 5 =$

6) $8 \times 5 + 4 =$

18) $4 + 9 \times 0 =$

7) $3 \times 2 + 8 =$

19) $3 + 3 \times 3 =$

8) $8 \times 7 + 9 =$

20) $8 + 5 \times 6 =$

9) $6 \times 5 + 4 =$

21) $4 + 3 \times 1 =$

10) $7 \times 4 + 0 =$

22) $10 + 3 \times 1 =$

11) $9 \times 9 + 10 =$

23) $0 + 5 \times 5 =$

- B.** Repase el producto de monomios. Recuerde aplicar las leyes de los signos y de la potenciación.

0) $(3c)(d) =$ $3cd$

11) $(-3s)(s^3) =$ $-3s^4$

1) $(p)(2q) =$

12) $(-5b)(b^2) =$

2) $(5s)(t) =$

13) $(-9t^3)(t) =$

3) $(2y)(4z) =$

14) $(-h)(3h^5) =$

4) $(6r)(4s) =$

15) $(-y^3)(8y^2) =$

5) $(5y)(4z) =$

16) $(-x^5)(2x^3) =$

6) $(3w)(6z) =$

17) $(-3d^3)(4d^3) =$

7) $(7f)(4g) =$

18) $(-5e^2)(6e^3) =$

8) $(5c)(4d) =$

19) $(-7k^4)(3k^2) =$

9) $(8b)(6c) =$

20) $(-6p^2)(4p^7) =$

10) $(4b)(4d) =$

21) $(-8c^3)(3c^4) =$



Razonamiento lógico

Descubra la figura geométrica que se oculta en el plano cartesiano. Siga estos pasos:

- Lea los pares ordenados siguientes (cada uno está identificado con una letra mayúscula). Despues localice los puntos en el plano cartesiano. Debe escribir el nombre de cada punto. Fíjese en los ejemplos.

$$A = (2, 2)$$

$$B = (2, 7)$$

$$C = (7, 7)$$

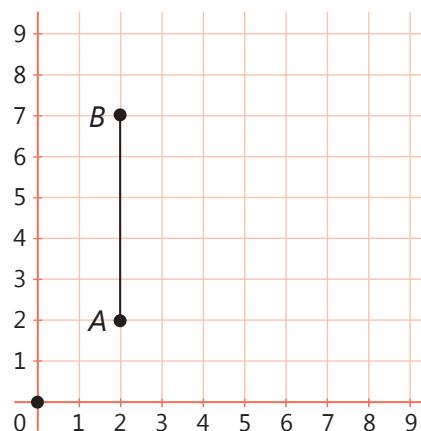
$$D = (7, 2)$$

$$E = (4, 4)$$

$$F = (4, 9)$$

$$G = (9, 9)$$

$$H = (9, 4)$$



- Ahora en el mismo diagrama debe unir con una línea recta y de dos en dos, los puntos siguientes. Fíjese en el ejemplo.

A y B

G y H

B y C

E y H

C y D

A y E

A y D

B y F

E y F

C y G

F y G

D y H

¿Qué figura descubrió? _____

También puede formar otras figuras (triángulos, cuadrados, pirámides), solo debe ubicar puntos en el plano y unirlos. Le invitamos a inventar otra figura y a compartir su trabajo con sus compañeros.



Revise su aprendizaje

Marque con un cheque ✓ la casilla que mejor indique su rendimiento.

Después de estudiar...

Identifico combinaciones en actividades cotidianas.

Realizo pares ordenados.

Represento un producto cartesiano en forma enumerativa, tabla de doble entrada y en un plano cartesiano.

Practico el cálculo mental a través de la resolución de operaciones combinadas y producto de monomios.

Trazo una figura en el plano a partir de la ubicación de pares ordenados.

logrado	en proceso	no logrado