

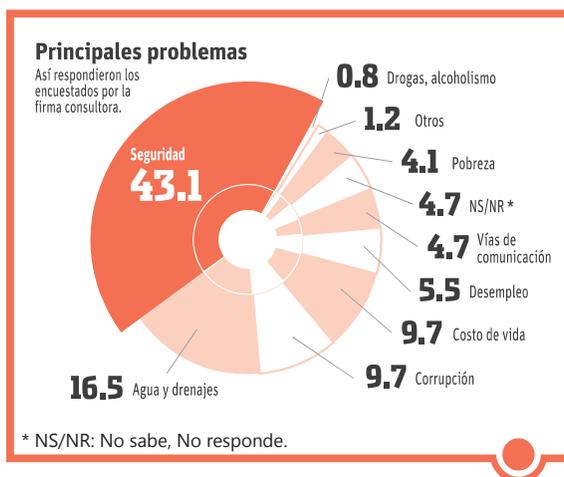


¡Para comenzar!

Y usted, ¿qué opina?

¿Le han preguntado por quién votará para Presidente o si está satisfecho con el servicio de un almacén? Si su respuesta es sí, usted ha participado en una encuesta de opinión.

La municipalidad realizó una encuesta de opinión acerca de cuál era el mayor problema para los habitantes de una comunidad.



Los resultados de las encuestas pueden orientar las decisiones de gobiernos, instituciones y empresas. Así que, la próxima vez que le pidan su opinión, exprésela con claridad para que la tomen en cuenta.

¡A trabajar!

Lea la gráfica y responda a las preguntas. Las cantidades están expresadas en porcentajes. Tiene un ejemplo.

0) ¿Cuál problema es señalado por el menor número de personas?

Las drogas y el alcoholismo porque tiene el menor porcentaje.

1) ¿Qué porcentaje de personas señaló las vías de comunicación como un problema principal?

2) ¿Qué problema preocupa a la mayoría de la población?

3) ¿Qué problemas preocupan a igual porcentaje de personas?



El mundo de la matemática

1. Medidas de tendencia central

Se llaman medidas de tendencia central, de una distribución de datos, a aquellos valores que indican el centro de la distribución y pretenden representar todos los datos en un solo punto.

Esta semana estudiaremos tres medidas de tendencia central: **media, mediana y moda.**

1.1 La media aritmética (\bar{X})

Un promedio

Definimos la media como un promedio. Suele ser la más importante de las medidas de tendencia central porque representa el punto medio de un conjunto de datos. En estadística la representamos así \bar{X} .

Según el informe de 2007 de los Objetivos de Desarrollo del Milenio (ODM), el promedio de estudiantes que empiezan primer grado de primaria y terminan sexto grado, en Centroamérica, es de 71.4 %.

Este dato significa que de cada 100 estudiantes que ingresan a primer grado, 71, aproximadamente, terminan sexto primaria. El dato representa a la mayoría de los estudiantes de Centroamérica y se le conoce como la media o promedio.

La media se obtiene sumando todos los valores de la serie y dividiendo el total entre el número de ellos. Se obtiene con la fórmula:

$$\text{Media aritmética} = \frac{\text{Suma de todos los valores observados}}{\text{Número total de observaciones}}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

Se lee: *La media aritmética es igual a la sumatoria de todos los valores de x dividido entre N (el número de valores).*

Donde:

\bar{X} = media aritmética

Σ (sigma) = sumatoria o suma de valores

x = conjunto de valores de la variable

N = número total de valores o datos

Veamos un ejemplo

El porcentaje de estudiantes que empiezan primer grado de primaria y terminan sexto grado, en algunos países de América del Sur es:



Chile	Perú	Argentina	Colombia	Venezuela	Brasil
95 %	90 %	89 %	88 %	81 %	76 %

¿Cuál es el porcentaje promedio de terminación de la primaria en estos países de América del Sur?

Calculemos la media

- Copiamos la fórmula.

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

- Sustituimos y sumamos los valores de x . El resultado lo dividimos entre el número de valores ($N = 6$).

$$\bar{X} = \frac{95 + 90 + 89 + 88 + 81 + 76}{6} = \frac{519}{6} = 86.5$$

$$\bar{X} = 86.5$$

- Escribimos la respuesta: **Una media del 86.5 % de los estudiantes en América del Sur termina la primaria.**

¡Atención!

En estadística x representa cada uno de los valores en la distribución de datos.

¡Otro ejemplo!

Según las tablas de crecimiento para Guatemala, la estatura media en niños de 13 años es de 152 cm. En un centro nutricional están atendiendo a 6 niños de 13 años cuyas estaturas son:

Jorge	Estela	Marcos	Nicolás	Alba	María
143 cm	145 cm	149 cm	151 cm	152 cm	155 cm

¿Está este grupo de niños dentro de la media nacional? Averigüémoslo calculando la media aritmética.

- Copiamos la fórmula.

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

- Sumamos los valores de x y dividimos entre N .

$$\bar{X} = \frac{143 + 145 + 149 + 151 + 152 + 155}{6} = \frac{895}{6} = 149.17$$

$$\bar{X} = 149.17$$

- Escribimos la respuesta: **Este grupo de niños no alcanza la estatura media nacional. En promedio le falta 2.83 cm.**

Ejercicio 1

Resuelva los ejercicios siguiendo los pasos que aprendió en el apartado anterior.

- 1) Según el Instituto Nacional de Estadística (INE), los días que llovió en Puerto Barrios durante la época de invierno 2009 fueron:

mes	mayo	junio	julio	agosto	septiembre	octubre
días de lluvia	13	16	26	26	18	15

¿En promedio cuántos días llovió cada mes?

- Escriba el valor de $N =$
- Copie la fórmula: $\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$
- Sume los valores de x y divida el resultado entre el valor de N .

$$\bar{X} = \frac{\dots\dots\dots}{6}$$

$$\bar{X} = \frac{\dots\dots\dots}{6}$$

- Obtenga el resultado. $\bar{X} =$
- Escriba la respuesta:

- 2) Según la Gremial de recicladoras de Guatemala, en un año esta gremial recicló los siguientes materiales:

producto reciclado	papel	plástico	llantas	vidrio	metales
toneladas	42 100	15 000	5000	19 200	100 000

¿Cuál es el promedio de material reciclado?

- Escriba el valor de $N =$
- Copie la fórmula: $\bar{X} =$
- Sume los valores de x y divida el resultado entre el valor de N .

$$\bar{X} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$\bar{X} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

- Obtenga el resultado. $\bar{X} =$
- Escriba la respuesta:

1.2 La mediana (Me)

En el centro

La mediana es el valor que se encuentra en el centro de una serie de datos ordenados. Esta medida indica que la mitad de los datos se encuentran por debajo de este valor y la otra mitad por encima del mismo.

No debemos confundir el valor de la media con el de la mediana. Recuerde que la media es un valor numérico promedio, mientras que la mediana indica la **posición central** en una serie ordenada.

Fíjese en la gráfica que muestra el número de mujeres que ocupaban un puesto en el Congreso de su país en 2009.

país	N.º de mujeres diputadas
Haití	4
Guatemala	12
Nicaragua	19
México	23
Perú	29



¿Qué país se ubica justo a la mitad de la gráfica? Efectivamente, Nicaragua. Eso significa que Nicaragua, con 19 diputadas, ocupa el lugar de la **mediana** en esta distribución de datos.

Seguiremos los pasos para calcular la mediana con el ejemplo anterior.

- Averiguamos la posición de la mediana mediante una fórmula muy sencilla:

$$\text{Posición de la mediana} = \frac{N + 1}{2}$$

- Sustituimos el dato en la fórmula.

$$\frac{N + 1}{2} = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

- Ordenamos los datos de menor a mayor.

$$4, 12, 19, 23, 29$$

- Contamos de izquierda a derecha tantos lugares, como indica el valor de la posición de la mediana.

$$\text{Me} = 19$$

- Escribimos las respuesta: **La mediana de mujeres en el congreso es 19.**

Veamos un ejemplo

El Ministerio de Salud ofrece de forma gratuita, para niños de 0 a 4 años, un sistema básico de vacunación.

La tabla muestra el número de vacunas aplicada durante una jornada.

vacunas	N.º de vacunas aplicadas
Tuberculosis (BCG)	47
Sarampión	78
Difteria y tos ferina (DPT)	73
Varicela	56
Rotavirus	65



¿Cuál es la mediana de vacunas aplicadas?

- Calculamos la posición de la mediana.

$$\frac{N + 1}{2} = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

- Ordenamos los datos de menor a mayor y contamos 3 lugares de izquierda a derecha.

47, 56, 65, 73, 78

$$Me = 65$$

- Escribimos la respuesta: **La mediana de vacunas aplicadas en la jornada es 65.**

➔ Ejercicio 2

La tabla refleja la temperatura registrada a las 6 de la tarde en siete departamentos de Guatemala. ¿Cuál es la mediana de las temperaturas?

Guatemala	Cobán	Esquipulas	Flores	Huehuetenango	Quetzaltenango	Retalhuleu
19	20	21	27	18	17	24

- Posición de la mediana.
- Ordene los datos de menor a mayor y cuente 4 lugares, de izquierda a derecha.
- Escriba la respuesta:

$$\frac{N + 1}{2} = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2} = \dots\dots\dots$$

.....

$$Me = \dots\dots\dots$$

.....

a. La mediana para una cantidad par de datos



Si el número de datos es par, hay **dos valores centrales**. En tal caso, el valor de la mediana se obtiene calculando el promedio de ambos valores centrales. Hagamos un ejemplo.

En una prueba de lectura aplicada a 6 estudiantes del grupo Utatlán, la cantidad de palabras leídas por minuto fue:

134, 140, 138, 145, 136, 149

¿Cuál es la mediana de palabras leídas por minuto?

- Calculamos la posición de la mediana. $\frac{N + 1}{2} = \frac{6 + 1}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$

Dado que es imposible destacar la posición 3.5, es necesario promediar los valores de las posiciones tercera y cuarta para calcular una mediana equivalente.

- Ordenamos de menor a mayor.
- Contamos de izquierda a derecha en los datos ordenados. y tomamos los valores 3 y 4.

134, 136, **138, 140**, 145, 149

- Calculamos la media de ambos valores.
- Ese será el valor de la mediana.

$$\bar{X} = \frac{138 + 140}{2} = \frac{278}{2} = 139$$

$$Me = 139$$

- Escribimos la respuesta: **La mediana fue 139 palabras por minuto.**

➔ Ejercicio 3

1) Las calorías que contienen una pieza de fruta de tamaño regular son:

fruta	durazno	mandarina	manzana	pera	naranja	mango
calorías	49	44	53	58	38	56

¿Cuál es la mediana de calorías que contienen las frutas de la tabla anterior y a qué fruta o frutas corresponden?

- Posición de la mediana.
- Ordene los datos de menor a mayor. Cuente y tome los valores 3 y 4 de izquierda a derecha.

$$\frac{N + 1}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

38, 44, **49, 53**, 56, 58

- Obtenga el promedio de los valores centrales.

$$\bar{X} = \frac{49 + 53}{2} = \frac{102}{2} = 51$$

$$Me = 51$$

- Escriba la respuesta:

- 2) En una fábrica de productos lácteos se llenan los recipientes de crema en unidades de 100 gramos. El departamento de control de calidad está verificando el peso de los envases y ha registrado los datos siguientes:

100, 97, 101, 98, 103, 99, 102, 100

¿A qué peso le corresponde la mediana?

- Posición de la mediana. $\frac{N + 1}{2} = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2} = \dots\dots\dots$
- Ordene de menor a mayor. $\dots\dots\dots$
- Localice los dos valores centrales.
- Obtenga el promedio de los valores centrales. $\bar{X} = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2} = \dots\dots\dots$
 $Me = \dots\dots\dots$
- Escriba la respuesta: $\dots\dots\dots$

- 3) Las calificaciones obtenidas por un grupo de estudiantes en el último parcial de matemáticas fueron las siguientes:

19, 18, 19, 15, 22, 23, 20, 21, 17, 22, 24, 16

¿Qué calificación se ubica en la posición de la mediana?

- Posición de la mediana. $\frac{N + 1}{2} = \frac{\quad}{2} = \dots\dots\dots$
- Ordene de menor a mayor. $\dots\dots\dots$
- Localice los dos valores centrales.
- Obtenga el promedio de los valores centrales. $\bar{X} = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2} = \dots\dots\dots$
 $Me = \dots\dots\dots$
- Escriba la respuesta: $\dots\dots\dots$

1.3 La moda (Mo)

Cuando hablamos de moda pensamos en objetos, modos o costumbres que son de uso muy común durante algún tiempo. Por ejemplo, la ropa, peinados, zapatos, etc.

En estadística la moda es el dato que se repite más veces, es decir, el que tiene mayor frecuencia y se representa como **Mo**.

En una distribución de datos puede haber más de una moda, si las frecuencias más altas son iguales.

Veamos un ejemplo

Esmeralda tiene una venta de frutas. De las 38 personas que llegaron a comprar un día, las preferencias fueron:

fruta	manzana	piña	banano	sandía	papaya	naranja	pera
frecuencia (f)	6	3	7	5	8	5	6

¿Qué fruta representa la moda?

En la tabla observamos que la fruta de mayor venta es la papaya, por lo tanto, representa la moda.

$$Mo = \text{papaya}$$

Un ejemplo más

Los sabores de helado más vendidos en un kiosco son:

sabor	fresa	piña	crema	mora	lima	chocolate	coco
frecuencia (f)	16	12	14	12	22	10	22

¿Qué sabor representa la moda?

Como las frecuencias más altas corresponden a dos sabores diferentes, en este caso hay dos modas.

$$Mo = \text{lima y coco}$$

Ejercicio 4

- 1) Se realizó una encuesta a 100 personas acerca de la red social que utilizan. Se obtuvieron los siguientes datos:

red social	frecuencia (f)
Myspace	18
Twitter	36
Facebook	46
total	100

¿Qué red social representa la moda?

$$Mo = \dots\dots\dots$$

2) Angelina tiene una zapatería y las ventas durante el mes de mayo fueron:

tipo de zapato	pares vendidos (f)
tenis	30
mocasín	12
zapato casual	30
botas	5
sandalias	10

¿Qué tipo de zapato representa la moda?

Mo =

Explique su respuesta:



Resumen

1. Las medidas de tendencia central sirven para representar un grupo de observaciones a través de un solo valor numérico. Se clasifican en:

1.1 La media aritmética o promedio (\bar{X}) se obtiene sumando todos los valores y dividiendo el total entre el número de datos.

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

1.2 La mediana (Me) es el valor que se encuentra en el centro de una serie de datos ordenados. Se calcula la posición de la mediana por medio de una fórmula, se ordenan los datos de menor a mayor y se cuenta de izquierda a derecha tantos lugares, como indica el valor de la posición de la mediana.

$$\text{Posición de la mediana} = \frac{N + 1}{2}$$

Si el número de datos es par, hay dos valores centrales. El valor de la mediana se obtiene calculando el promedio de ambos valores.

1.3 La moda (Mo) es el valor que ocurre o se repite con mayor frecuencia.



Autocontrol

→ Actividad 1. Practique lo aprendido

1) Calcule la media, la mediana y la moda para los datos siguientes.

7, 5, 8, 9, 7, 6, 7, 6, 1, 3, 5

a. La media

Fórmula: $\bar{X} = \dots\dots\dots$

$\bar{X} = \dots\dots\dots$

$\bar{X} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots =$

b. La mediana

Posición = $\frac{N + 1}{2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Datos ordenados: 1, 3, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 9

Me = $\dots\dots\dots$

c. La moda

Mo = $\dots\dots\dots$

2) Calcule la media, la mediana y la moda para los datos siguientes.

25, 18, 16, 22, 16, 14, 23, 19, 18, 21

a. La media

Fórmula: $\bar{X} = \dots\dots\dots$

$\bar{X} = \dots\dots\dots$

$\bar{X} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

b. La mediana

Posición = $\frac{N + 1}{2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Datos ordenados: $\dots\dots\dots$

Me = $\dots\dots\dots$

c. La moda

Mo = $\dots\dots\dots$

3) Una cooperativa forestal sembró durante el último año estas hectáreas de árboles: 15, 24, 25, 36, 45, 65, 52, 30 y 18. ¿Cuál es la media y la mediana de árboles sembrados?

a. La media

Fórmula: $\bar{X} = \dots\dots\dots$

$\bar{X} = \dots\dots\dots$

$\bar{X} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

b. La mediana

Posición de la mediana.

$$\frac{N + 1}{2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Ordene los datos en forma ascendente. $\dots\dots\dots$

Me = $\dots\dots\dots$

4) En cierta empresa el registro de ingreso de los empleados en un día es el siguiente:

6:36, 6:39, 6:40, 6:40, 6:43, 6:51,
6:53, 6:55, 6:56, 6:58, 7:00, 7:02, 7:05

a. ¿A qué hora le corresponde la mediana?

Respuesta: $\dots\dots\dots$

b. ¿Cuántos empleados llegaron antes de la mediana?

Respuesta: $\dots\dots\dots$

c. ¿Cuántos empleados llegaron después de la mediana, pero antes de las 7:00?

Respuesta: $\dots\dots\dots$



Agilidad de cálculo mental

Resuelva mentalmente las operaciones y escriba su respuesta sobre la línea. Hágalo lo más rápido que pueda.

A. Realice las operaciones combinadas, recuerde la jerarquía de las operaciones. Tiene un ejemplo.

0) $5 + (2 \times 4) =$ 13

10) $5 + (12 \times 3) =$

1) $8 + (2 \times 2) =$

11) $7 + (18 \times 2) =$

2) $4 + (5 \times 3) =$

12) $1 + (20 \times 8) =$

3) $2 + (4 \times 1) =$

13) $9 + (36 \times 2) =$

4) $9 + (8 \times 1) =$

14) $7 + (18 \times 1) =$

5) $5 + (2 \times 5) =$

15) $4 + (40 \times 5) =$

6) $1 + (4 \times 3) =$

16) $6 + (50 \times 5) =$

7) $5 + (3 \times 3) =$

17) $3 + (22 \times 10) =$

8) $3 + (2 \times 3) =$

18) $9 + (10 \times 15) =$

9) $9 + (6 \times 1) =$

19) $3 + (20 \times 20) =$

B. Encuentre el porcentaje de las cantidades. Recuerde el 50 % es la mitad y el 25 % la cuarta parte. Tiene un ejemplo.

0) 50 % de 20 = 10

10) 25 % de 20 =

1) 50 % de 10 =

11) 25 % de 40 =

2) 50 % de 12 =

12) 25 % de 60 =

3) 50 % de 30 =

13) 25 % de 80 =

4) 50 % de 80 =

14) 25 % de 100 =

5) 50 % de 40 =

15) 25 % de 400 =

6) 50 % de 90 =

16) 25 % de 600 =

7) 50 % de 60 =

17) 25 % de 800 =

8) 50 % de 70 =

18) 25 % de 1600 =

9) 50 % de 100 =

19) 25 % de 2400 =



Razonamiento lógico

A. Aplique lo aprendido y resuelva los problemas que se plantean.

- 1) Los últimos cálculos de la OMS (Organización Mundial de la Salud) indican que en 2015 habrá en el mundo 2300 millones de adultos con sobrepeso y al menos 400 millones de obesos. En los últimos años el sobrepeso y la obesidad aumentan de manera alarmante en los países en vías de desarrollo y especialmente en las áreas urbanas.

En un centro comunitario se da seguimiento a 100 niños con sobrepeso para evitar que sean adultos obesos. Los resultados son:

sobrepeso en lb	número de niños
2 – 5	39
6 – 9	41
10 – 13	18
14 – 17	2

- a. ¿Cuál es la cantidad de libras de sobrepeso más frecuente entre estos niños?
 b. ¿Cuál es el promedio de sobrepeso entre los niños del inciso anterior?
- 2) Se ha anotado la estatura, en centímetros, de 20 jóvenes entre 18 y 20 años y se han obtenido los siguientes resultados:

160	166	162	147	157
167	166	166	162	155
148	151	171	158	154
151	155	150	164	153

- a. ¿Cuál es la estatura promedio?
 b. ¿Qué estatura se repite más entre los jóvenes?
- 3) Una empresa grande de equipos deportivos está probando el efecto de dos planes publicitarios (A y B) sobre las ventas de los últimos 4 meses.

Según las ventas que se observan en la tabla, ¿qué programa de publicidad parece producir el crecimiento promedio más alto en ventas mensuales?

mes	plan A	plan B
enero	Q1,657.00	Q2,500.00
febrero	Q1,300.00	Q2,000.00
marzo	Q3,445.00	Q1,234.00
abril	Q2,456.80	Q1,400.00

- 4) La Organización Mundial para la Salud (OMS) considera que un consumo diario de 100 litros de agua por persona es la cantidad adecuada para satisfacer todas las necesidades básicas.

El consumo de agua en determinado día para cinco familias compuestas por 4 personas es:

familia	consumo de agua por día en litros
Batz	600
Gómez	750
Pérez	368
Tucubal	500
Zuret	480

- a. ¿Cuál es el promedio de agua consumido por familia?
- b. Utilice el resultado del inciso anterior para calcular el promedio consumido por persona.



Revise su aprendizaje

Marque con un cheque ✓ la casilla que mejor indique su rendimiento.

	logrado	en proceso	no logrado
Después de estudiar...			

Extraigo información de una gráfica.

Obtengo la media, la mediana y la moda a partir de una distribución de datos.

Practico la agilidad de cálculo mental con operaciones combinadas y porcentajes.

Resuelvo ejercicios donde aplico la media mediana y moda.

Interpreto gráficas.