



Probabilidades

¿Qué encontrará esta semana?



Historia de la probabilidad



Probabilidad, medición de la probabilidad



Porcentajes



Problemas de probabilidad

Competencia:

Emite juicios referentes a preguntas que se ha planteado buscando, representando e interpretando información de diferentes fuentes.

Esta semana logrará:

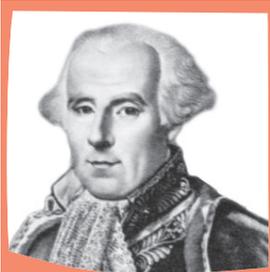
- ✓ Explicar qué es la probabilidad.
- ✓ Clasificar sucesos en imposibles, posibles y seguros.
- ✓ Distinguir entre casos posibles y casos favorables.
- ✓ Aplicar la fórmula de Laplace para calcular la probabilidad.
- ✓ Practicar el cálculo mental operando porcentajes.
- ✓ Utilizar el cuadro de Punnett para calcular la probabilidad de las características físicas de plantas.
- ✓



¡Para comenzar!

Historia de la probabilidad

Tres matemáticos y un jugador



Pierre Laplace
(1749 – 1827)

Durante la época del Renacimiento (siglos XV y XVI), en Europa, los juegos de azar eran populares. Algunas personas pasaban el tiempo haciendo apuestas e inventando estrategias para ganar.

Cuenta la historia que un jugador de nombre Cardano se interesó en desarrollar un método que le permitiera salir vencedor la mayoría de veces que jugaba a las cartas o a los dados. La inquietud de Cardano fue seguida por dos matemáticos: Pierre Fermat y Blaise Pascal, quienes intentaron solucionar algunos problemas sobre las posibilidades que se presentaban en los juegos de azar.

Pero fue hasta el siglo XIX cuando el matemático Pierre Laplace formuló la base de la *Teoría de la Probabilidad*, que trata de *calcular numéricamente las posibilidades de que un suceso ocurra*. El cálculo se realiza con una expresión matemática conocida como *fórmula de Laplace*. La estudiaremos en las siguientes páginas.

Con el tiempo, la *Teoría de la Probabilidad* se aplicó a distintas ramas de la matemática, las ciencias sociales y las ciencias naturales. En la actualidad, además de aplicarse a cuestiones científicas, también se aplica a situaciones cotidianas tan variadas como el pronóstico del clima o la estimación de las cosechas.

¡A trabajar!

Responda las preguntas.

- 1) ¿Cuál es el nombre de los matemáticos que participaron en el desarrollo de la *Teoría de la Probabilidad*?

.....
.....

- 2) ¿En qué situaciones de la vida diaria ha escuchado que se utilice el término probabilidad? Escriba dos.

.....
.....



El mundo de la matemática

1. La probabilidad

El estudio de las posibilidades

—¿Qué tan posible es que en su círculo de estudio haya un compañero que cumpla años el mismo día que usted?

—¿Qué tan probable es que usted se sienta a la par de una persona conocida en la camioneta?

Estas preguntas se refieren a sucesos o hechos de la vida que parecen cuestión de azar, pero su ocurrencia se puede explicar y hasta pronosticar mediante el cálculo de probabilidades.

La **probabilidad** es una herramienta matemática que permite **predecir, de forma numérica, la posibilidad de que un suceso ocurra**. Tiene aplicaciones en contextos tan diversos como la toma de decisiones, las ciencias, el juego o las relaciones personales.

La probabilidad se puede calcular en tres tipos distintos de sucesos:

- **Sucesos imposibles:** este tipo de sucesos tiene resultados improbables, es decir, que nunca ocurren. Por ejemplo, es un suceso imposible que usted saque un dulce de menta de una bolsa que solo contiene dulces de coco.
- **Sucesos posibles:** son acontecimientos que pueden presentar más de un resultado. Por ejemplo, en cada nacimiento que se registra solo hay dos posibilidades: que el bebé que nazca sea hombre o mujer.
- **Sucesos seguros:** son los hechos que van a dar siempre un resultado conocido. Por ejemplo, es seguro que vamos a sacar una moneda de cinco centavos de una bolsa que solo contiene monedas de cinco centavos.



Ejercicio 1

Escriba sobre la línea el tipo de suceso al que se refiere cada texto de la izquierda. Tiene un ejemplo.

- | | |
|---|-------------------------|
| 0) Ganar la lotería sin tener un billete. | <i>Suceso imposible</i> |
| 1) Que al lanzar un dado salga el número 3. | |
| 2) Sacar un cinco rojo de una bolsa de cincos rojos. | |
| 3) Que al lanzar una moneda caiga escudo. | |
| 4) Que al lanzar un dado salga un número mayor que 7. | |
| 5) Ganar el grado sin aprobar las materias. | |

2. ¿Cómo medimos la probabilidad?

Fórmula de Laplace

En la medición de la probabilidad intervienen dos variables: casos posibles y casos favorables.

- **Casos posibles (N):** son todos los resultados que se pueden obtener. Por ejemplo, al lanzar una moneda al aire, puede caer cara o puede caer escudo. Los casos posibles son dos. (**N = 2**)
- **Casos favorables (F):** son los resultados que cumplen con la condición que estamos buscando. Por ejemplo, si queremos que al lanzar la moneda caiga escudo, entonces solo tendremos un caso favorable. (**F = 1**)

El cálculo se realiza aplicando la fórmula de Laplace:

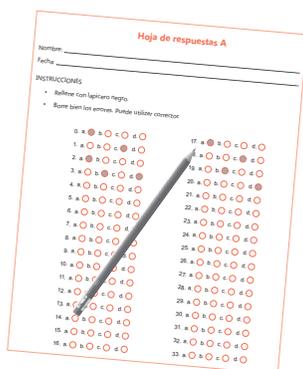
$$P(A) = \frac{F}{N}$$

Donde:

P(A) = probabilidad

F = número de casos favorables

N = número de casos posibles



Aplicemos la fórmula para calcular la probabilidad en estos ejemplos:

En un examen hay cuatro variantes de una prueba: forma A, forma B, forma C y forma D. ¿Cuál es la probabilidad de que a un estudiante le corresponda la forma B?

- Establecemos el número de casos posibles (N). Hay 4 variantes de prueba, entonces: $N = 4$

- Establecemos el número de casos favorables (F). Hay 1 posibilidad de que le toque la forma B, entonces: $F = 1$

- Sustituimos en la fórmula y operamos. $P(A) = \frac{F}{N} = \frac{1}{4} = 0.25$

- Expresamos el resultado como porcentaje. $P(A) = (0.25)(100) = 25\%$

La probabilidad de que al estudiante le corresponda la forma B es del 25%.

Al calcular la probabilidad resultan números muy pequeños, por eso los expresamos en forma de porcentaje.

Veamos otro ejemplo.

Para la rifa de un carro se colocan 20 tarjetas dentro de un sobre: 8 tienen dibujado un carro, 12 están en blanco. Gana la primera persona que saque una de las tarjetas con el dibujo del carro.



Calculemos la probabilidad de que al sacar la primera tarjeta salga premiada.

- Establecemos el número de casos posibles (N). Hay 20 tarjetas, entonces: $N = 20$
- Establecemos el número de casos favorables (F). Hay 8 tarjetas con premio, entonces: $F = 8$
- Sustituimos en la fórmula y operamos. $P(A) = \frac{F}{N} = \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = 0.4$
- Expresamos el resultado como porcentaje. $P(A) = 0.4 \times 100 = 40\%$

La probabilidad de ganar el carro al sacar la primera tarjeta es del 40%.

➔ Ejercicio 2

Aplique la fórmula de Laplace para encontrar la probabilidad del suceso siguiente.

- 1) En una feria hay un juego de ruleta dividido en seis áreas. Los premios están distribuidos así:

- Área 1: plato
- Área 2: nada
- Área 3: palangana
- Área 4: nada
- Área 5: tinaja
- Área 6: nada



Calcule la probabilidad de ganar un premio

- Establecemos el número de casos posibles. $N =$
- Establecemos el número de casos favorables. $F =$
- Sustituimos en la fórmula y operamos. $P(A) = \frac{F}{N} = \dots = \dots$
- Expresamos el resultado como porcentaje. $P(A) = \dots \times 100 = \dots$

La probabilidad de ganar un premio es del

2) El registro de una agencia de viajes muestra que de 60 turistas que ingresaron al país: 30 visitaron Antigua Guatemala, 15 visitaron Panajachel, 6 visitaron Tikal y 9 visitaron Río Dulce.

a. Calcule la probabilidad de que otro grupo con la misma cantidad de turistas visiten Antigua Guatemala.

- Establezca el número de casos posibles. $N =$
- Establezca el número de casos favorables. $F =$
- Sustituya en la fórmula y opere. $P(A) = \frac{F}{N} =$
- Exprese el resultado como porcentaje. $P(A) =$ x 100 =

La probabilidad de que los turistas visiten Antigua Guatemala es del

b. Calcule la probabilidad de que los turistas visiten Panajachel.

- Establezca el número de casos posibles. $N =$
- Establezca el número de casos favorables. $F =$
- Sustituya en la fórmula y opere. $P(A) = \frac{F}{N} =$
- Exprese el resultado como porcentaje. $P(A) =$ x 100 =

La probabilidad de que los turistas visiten Panajachel es del



Resumen

1. La **probabilidad** es una herramienta matemática que permite predecir, de forma numérica, la posibilidad de que un suceso ocurra. Hay tres tipos de sucesos: **imposibles, posibles y seguros**.

En el cálculo de la probabilidad intervienen dos variables:

Casos posibles (N): son todos los resultados que se pueden obtener.

Casos favorables (F): son los resultados que cumplen con la condición que estamos buscando.

2. La probabilidad se calcula con la fórmula de Laplace.

$$P(A) = \frac{F}{N}$$

Donde:

P(A) = probabilidad

F = número de casos favorables

N = número de casos posibles



Autocontrol

➔ Actividad 1. Demuestre lo aprendido

Complete la tabla escribiendo el tipo de suceso al que corresponde cada enunciado.

Para escoger los números de una placa de cuatro dígitos se siguen estas reglas:

- El primer número es menor que 10 y mayor que 8
- El segundo número es menor que 9 y mayor que 1
- El tercer número es menor que 8 y mayor que 5
- El cuarto número es menor que 7 y mayor que 1

Suceso	Tipo de suceso
Que el primer dígito de la placa sea 9	<i>seguro</i>
Que el segundo número sea menor que 6	
Que el tercer número sea 11	
Que el cuarto número sea mayor que 2	

➔ Actividad 2. Practique lo aprendido

Aplique sus conocimientos de probabilidad para resolver el problema siguiente.

En una venta de licuados, se vendieron: 8 licuados de fresa, 10 de papaya, 6 de melón y 16 licuados de frutas mixtas. Calcule la probabilidad de que el próximo licuado que se venda sea de:

- Fresa
- Papaya
- Melón
- Frutas mixtas



Agilidad de cálculo mental

Siga practicando su agilidad de cálculo con porcentajes. Recuerde que el 50% equivale a la mitad, el 25% a la cuarta parte y el 10% a un décimo.

A. Encuentre el 50% de las cantidades siguientes.

- | | | |
|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0) 50% de 80 = <u>40</u> | 8) 50% de 14 = | 16) 50% de 48 = |
| 1) 50% de 40 = | 9) 50% de 28 = | 17) 50% de 60 = |
| 2) 50% de 86 = | 10) 50% de 50 = | 18) 50% de 90 = |
| 3) 50% de 42 = | 11) 50% de 46 = | 19) 50% de 44 = |
| 4) 50% de 70 = | 12) 50% de 88 = | 20) 50% de 22 = |
| 5) 50% de 66 = | 13) 50% de 72 = | 21) 50% de 18 = |
| 6) 50% de 68 = | 14) 50% de 54 = | 22) 50% de 56 = |
| 7) 50% de 30 = | 15) 50% de 36 = | 23) 50% de 82 = |

B. Encuentre el 25% de las cantidades siguientes.

- | | | |
|--------------------------|------------------------|------------------------|
| 0) 25% de 60 = <u>15</u> | 7) 25% de 84 = | 14) 25% de 240 = |
| 1) 25% de 40 = | 8) 25% de 8 = | 15) 25% de 400 = |
| 2) 25% de 80 = | 9) 25% de 12 = | 16) 25% de 200 = |
| 3) 25% de 32 = | 10) 25% de 24 = | 17) 25% de 320 = |
| 4) 25% de 16 = | 11) 25% de 48 = | 18) 25% de 440 = |
| 5) 25% de 20 = | 12) 25% de 120 = | 19) 25% de 360 = |
| 6) 25% de 44 = | 13) 25% de 160 = | 20) 25% de 280 = |

C. Encuentre el 10% de las cantidades siguientes.

- | | | |
|---------------------------|-----------------------|------------------------|
| 0) 10% de 48 = <u>4.8</u> | 7) 10% de 66 = | 14) 10% de 87 = |
| 1) 10% de 20 = | 8) 10% de 10 = | 15) 10% de 200 = |
| 2) 10% de 90 = | 9) 10% de 12 = | 16) 10% de 400 = |
| 3) 10% de 40 = | 10) 10% de 23 = | 17) 10% de 250 = |
| 4) 10% de 80 = | 11) 10% de 52 = | 18) 10% de 760 = |
| 5) 10% de 96 = | 12) 10% de 50 = | 19) 10% de 650 = |
| 6) 10% de 25 = | 13) 10% de 31 = | 20) 10% de 710 = |



Razonamiento lógico

Aplique la fórmula de Laplace y calcule la probabilidad de cada suceso.

- 1) En un avión viajan 34 pasajeros guatemaltecos, 18 salvadoreños, 10 británicos y 50 mexicanos. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer pasajero que salga del avión sea salvadoreño?
- 2) Se extrae una bola de una urna que contiene 4 bolas rojas, 10 blancas y 6 negras. Calcule la probabilidad de que la bola:
 - a. Sea roja
 - b. Sea blanca
 - c. **No** sea blanca
- 3) En una bolsa hay 50 vejigas de colores diferentes: 16 rojas, 20 blancas, 14 amarillas. Cuál es la probabilidad de que la primera vejiga que se extraiga sea de color:
 - a. Rojo
 - b. Blanco
 - c. Amarillo
- 4) En una tienda, las monedas para dar el vuelto están en una gaveta sin divisiones. En total hay 80 monedas: 24 de Q0.05, 15 de Q0.10, 8 de Q0.25, 20 de Q0.50 y 13 de Q1.00. Cuál es la probabilidad de que al tomar una moneda al azar esta sea de:
 - a. Q0.01
 - b. Q0.10
 - c. Q1.00
- 5) En una reunión de 60 personas hay 6 hombres que son médicos, 24 hombres que **no** son médicos, 24 mujeres médicas y 6 que **no** son médicas. Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona al azar:
 - a. Sea médico o médica
 - b. Sea mujer y no sea médica
- 6) Encuentre la probabilidad de que al lanzar un dado al aire salga:
 - a. Un número par
 - b. Un número impar
- 7) Según el departamento de control de calidad de una fábrica de bombillas, de cada 125 bombillas, en promedio 5 se queman antes del tiempo estimado. ¿Cuál es la probabilidad que al comprar una bombilla se queme antes del tiempo?
- 8) El registro del aeropuerto indica, que durante el mes de junio, los vuelos procedentes de México han llegado: 9 veces antes de tiempo, 15 veces a tiempo, y 6 veces después del tiempo estimado. ¿Cuál es la posibilidad de que un día cualquiera el vuelo procedente de México llegue: antes de tiempo, a tiempo, después del tiempo estimado?

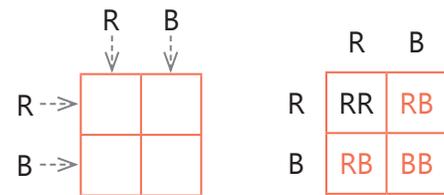
Desarrolle nuevas habilidades

El *cuadro de Punnett* es un diagrama diseñado por el científico Reginald Punnett. Los biólogos lo utilizan para calcular la probabilidad de las características de un nuevo ser a partir de las características de sus progenitores. Veamos.

¿Cuál es la probabilidad de que al cruzar dos plantas con flores de pétalos rojos y manchas blancas se obtengan flores con manchas blancas? Para calcularlo, procedemos así:

1) Asignamos una letra a cada rasgo: **R** = Pétalos rojos; **B** = Manchas blancas

2) Elaboramos una tabla como la que está a la derecha y realizamos el cruzamiento siguiendo la dirección de las flechas:

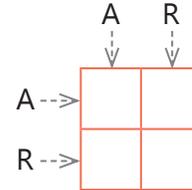


3) Calculamos la probabilidad por simple inspección. En este caso la probabilidad es de $3/4 = 0.75$. Es decir, del 75%, porque tres de las cuatro posibilidades tienen el rasgo B. (manchas blancas).

Ahora le toca a usted. Calcule la probabilidad de que al cruzar dos plantas con flores de pétalos amarillos y manchas rojas se obtengan flores con pétalos amarillos y sin manchas.

A = Pétalos amarillos

R = Manchas rojas



La probabilidad de obtener flores con pétalos amarillos y sin manchas es:



Revise su aprendizaje

Marque con un cheque la casilla que mejor indique su rendimiento.

Después de estudiar...

Explico qué es la probabilidad.

Clasifico sucesos en imposibles, posibles y seguros.

Distingo entre casos posibles y casos favorables.

Aplico la fórmula de Laplace para calcular la probabilidad.

Practico el cálculo mental operando porcentajes.

Utilizo el cuadro de Punnett para calcular la probabilidad de las características físicas de plantas.

logrado	en proceso	no logrado