
# Repaso: semanas 26 a 33

**Esta semana logrará:**

- ✓ Repasar los contenidos de la semana 26 a la 33.
- ✓ Realizar los ejercicios de repaso para prepararse para la prueba final.
- ✓ Resolver problemas aplicando los conocimientos aprendidos en las semanas 26 a 33.

## Querida y querido estudiante:

Se aproxima la prueba final de este ciclo de estudios y debe prepararse lo mejor que pueda repasando los contenidos de la semana 26 a la 33.

Para aprovechar este repaso le recomendamos:

- Haga un plan de lo que estudiará cada día y trate de cumplirlo. Dedique más tiempo a los temas que le resulten difíciles.
- Busque un lugar tranquilo, iluminado y silencioso para estudiar.
- Lea los resúmenes de cada semana y escriba las ideas más importantes en su cuaderno.
- Escuche la clase radial. Sus profesores locutores le acompañarán en este repaso y le ayudarán a resolver algunos ejercicios.
- Compruebe que haya realizado bien los autocontroles. Si tiene dudas, vuelva a leer las semanas, ahí encontrará explicaciones y ejemplos.

## ¿Cómo será la prueba de evaluación?

La prueba final evalúa los mismos contenidos y de la misma forma como los ha trabajado semana a semana.

En la prueba encontrará:

- Una serie de agilidad mental para medir su destreza y rapidez de cálculo, en un tiempo límite de tres minutos.
- Diferentes ejercicios que evalúan lo aprendido en las ocho semanas. Estos ejercicios serán semejantes a los que usted resolvió en las actividades del autocontrol. Se le pedirá:
  - ✓ responder preguntas,
  - ✓ rellenar el círculo de la opción correcta,
  - ✓ realizar operaciones y
  - ✓ resolver problemas.
- Cuando resuelva ejercicios y problemas, debe dejar escrito el procedimiento.
- **Muy importante:** cada serie contiene **instrucciones** exactas de lo que debe realizar en cada apartado, así como la valoración asignada.

Si usted se prepara con tiempo y dedicación, el resultado será satisfactorio.

# El mundo de la matemática

## Potenciación de expresiones algebraicas

**1.** La expresión $x^a$ es una potencia algebraica en la que $x$ es la base y $a$ es el exponente. Para resolver operaciones con potencias, aplicamos las **reglas de la potenciación**.

**1.1 Regla del producto de potencias de igual base**

Para multiplicar expresiones que tienen la misma base, copiamos la base y sumamos los exponentes.

$$x^a \bullet x^b = x^{a+b}$$

**1.2 Regla del cociente de potencias de igual base**

Para dividir expresiones que tienen la misma base, copiamos la base y restamos los exponentes.

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b} \quad \text{o} \quad x^a \div x^b = x^{a-b}$$

**1.3 Regla del exponente cero**

Cualquier expresión algebraica, excepto el cero, elevada al exponente 0 da como resultado 1.

$$x^0 = 1$$

**1.4 Regla de la potencia de una potencia**

Para elevar una potencia a otra potencia, copiamos la base y multiplicamos los exponentes.

$$(x^a)^b = x^{a \bullet b}$$

**2. Regla del exponente negativo**

Una potencia de exponente negativo es el inverso de la base con el mismo exponente, pero positivo. Se define así:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**3. Regla de la potencia de una fracción algebraica**

Para elevar una fracción a una potencia se eleva cada uno de los términos del numerador y del denominador al exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Una base fraccionaria con **exponente negativo** es igual a la inversa de la fracción elevada al exponente positivo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

## Ejercicio 1

Rellene el círculo de la respuesta correcta a cada pregunta.

1) ¿A qué regla de la potenciación se refiere el enunciado: "copiamos la base y multiplicamos los exponentes"?
   - ◯ Regla del cociente
   - ◯ Regla del producto
   - ◯ Regla de la potencia

2) ¿Cuál es el resultado de $x^5 \bullet x^3$?
   - ◯ $x^8$
   - ◯ $x^{15}$
   - ◯ $x^2$

3) ¿Cuál es el resultado de $(2x^3)^0$?
   - ◯ $0$
   - ◯ $1$
   - ◯ $2$

4) ¿Cuál de las expresiones es **correcta**?
   - ◯ $x^9 \bullet x^2 = x^{18}$
   - ◯ $x^9 \div x^2 = x^7$
   - ◯ $(x^9)^2 = x^{11}$

5) ¿Cuál de las expresiones es **incorrecta**?
   - ◯ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{b}{a}\right)$
   - ◯ $x \bullet x^2 = x^3$
   - ◯ $\left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{3}$

## Ejercicio 2

**A.** Aplique la regla del producto para resolver las potencias. Tiene un ejemplo.

| | | |
|---|---|---|
| 0) $x^5 \bullet x^2 =$ $x^7$ | 6) $c^9 \bullet c^{12} =$ ............ | 12) $k^{12} \bullet k^{11} =$ ............ |
| 1) $c^4 \bullet c^3 =$ ............ | 7) $x^3 \bullet x^9 =$ ............ | 13) $x^{14} \bullet x^{12} =$ ............ |
| 2) $a^3 \bullet a =$ ............ | 8) $y^7 \bullet y^{14} =$ ............ | 14) $x^{16} \bullet x^{14} =$ ............ |
| 3) $b^7 \bullet b^4 =$ ............ | 9) $d^{12} \bullet d^{13} =$ ............ | 15) $x^{15} \bullet x^{21} =$ ............ |
| 4) $y^8 \bullet y^5 =$ ............ | 10) $x^{15} \bullet x^{17} =$ ............ | 16) $x^{22} \bullet x^{24} =$ ............ |
| 5) $m^9 \bullet m^4 =$ ............ | 11) $h^{13} \bullet h^{10} =$ ............ | 17) $x^{25} \bullet x^{35} =$ ............ |

**B.** Aplique la regla del cociente para resolver las potencias. Tiene un ejemplo.

0) $\frac{y^8}{y^3} =$ $y^5$

1) $\frac{d^{15}}{d^{10}} =$ ..........

2) $\frac{z^3}{z} =$ ..........

3) $\frac{x^8}{x^6} =$ ..........

4) $\frac{a^3}{a^3} =$ ..........

5) $\frac{b^{10}}{b^7} =$ ..........

6) $\frac{x^{14}}{x^9} =$ ..........

7) $\frac{m^{18}}{m^9} =$ ..........

8) $\frac{y^{21}}{y^{12}} =$ ..........

**C.** Aplique la regla de la potencia de una potencia a cada factor dentro del paréntesis para resolver cada ejercicio. Tiene un ejemplo.

0) $(4x^2)^3 =$ $64x^6$

1) $(2a^5)^2 =$ ..........

2) $(3b^2)^3 =$ ..........

3) $(x^3y^5)^4 =$ ..........

4) $(a^3x^2)^2 =$ ..........

5) $(2b^4y^2)^3 =$ ..........

6) $(2a^2b)^3 =$ ..........

7) $(9x^2y)^2 =$ ..........

8) $(3x^2y^2)^3 =$ ..........

9) $(7a^3b^5)^2 =$ ..........

10) $(10x^2y^2)^2 =$ ..........

11) $(2h^3k^6)^4 =$ ..........

**D.** Realice las operaciones necesarias para eliminar los exponentes negativos de las potencias. Tiene un ejemplo.

0) $2x^{-2} = \frac{2}{x^2}$

1) $3x^{-4} =$ ..........

2) $\frac{1}{x^{-3}} =$ ..........

3) $4x^{-5} =$ ..........

4) $\frac{2x}{x^{-3}} =$ ..........

5) $y^6 \bullet y^{-3} =$ ..........

6) $3^5 \bullet 3^{-2} =$ ..........

7) $(2x^2)^{-1} =$ ..........

8) $\frac{x^{-3}}{x^2} =$ ..........

9) $-5y^{3-4} =$ ..........

# Factorización de expresiones algebraicas I

**1.** La factorización consiste en descomponer un producto de dos o más factores. La factorización permite simplificar expresiones.

**1.1** Para factorizar **por factor común**, seguimos estos pasos:

- Calculamos el máximo común divisor de los coeficientes numéricos.
- Buscamos la variable común, con su menor exponente.
- Dividimos cada término de la expresión dada entre el factor común encontrado.
- Escribimos la respuesta. Fuera del paréntesis colocamos el factor común y dentro del paréntesis el resultado de la división.

  Ejemplo: $2x^2 + 6x = 2x(x + 3)$

**1.2** La factorización **por agrupación** se emplea en expresiones que tienen cuatro términos o más aplicando la asociación de términos con factor común. Para hacerlo seguimos los siguientes pasos:

- Asociamos los términos de manera que cada grupo tenga un factor común y cada término pertenezca a un grupo.
- En cada grupo, factorizamos por factor común.
- Utilizamos el factor común y los términos repetidos de ambas agrupaciones para escribir el resultado final.

  Ejemplo: $4ab + 12a + 3b + 9 = (b + 3)(4a + 3)$

**1.3** En la factorización **por diferencia de cuadrados** obtenemos las raíces cuadradas de los términos y hallamos los factores.

Ejemplo: $x^2 – 4 = (x + 2)(x – 2)$

## Ejercicio 3

Rellene el círculo de la respuesta correcta a cada pregunta.

1) ¿Cuál es el factor común del binomio $2x + x$?
   - ○ $2x$
   - ○ $x$
   - ○ 1

2) ¿Qué caso de factorización aplicamos para factorizar $x^2 – 4$?
   - ○ factor común
   - ○ diferencia de cuadrados
   - ○ factorización por agrupación

3) ¿Qué caso de factorización se aplica en el binomio $x^2 - x$?
- ○ Factor común
- ○ Diferencia de cuadrados
- ○ Factorización por agrupación

4) ¿Qué caso de factorización se aplica en el polinomio $x^2 + x + 3x + 3$?
- ○ Factor común
- ○ Diferencia de cuadrados
- ○ Factorización por agrupación

5) ¿Cuál es el resultado de factorizar $x^2 - 1$?
- ○ $(x + 1)(x + 1)$
- ○ $(x - 1)(x - 1)$
- ○ $(x + 1)(x - 1)$

## Ejercicio 4

Factorice las expresiones utilizando el caso de factorización indicado. Tiene un ejemplo.

### A. Factor común

1) $x^4 + ax^2 =$ $x^2(x^2 + a)$

2) $a^2 + a =$ ……………

3) $b^3 + b^2 =$ ……………

4) $6y^5 + 6y^3 =$ ……………

5) $8z^3 - 4z^2 =$ ……………

6) $ax - bx =$ ……………

6) $25a^2b^6 + 5ab^3 =$ ……………

7) $9ab - 27bc =$ ……………

8) $36mn + 6m =$ ……………

9) $12y^6 + 8y^4 =$ ……………

10) $5x^2 + 10x =$ ……………

11) $25x^3 - 5x + 10 =$ ……………

### B. Diferencia de cuadrados

1) $16x^2 - 25 =$ $(4x + 5)\ (4x - 5)$

2) $x^2 - y^2 =$ ……………

3) $a^2 - 1 =$ ……………

4) $b^2 - 16 =$ ……………

5) $25 - 36x^4 =$ ……………

5) $100 - x^2y^6 =$ ……………

6) $y^2 - 1 =$ ……………

7) $16a^2 - 81b^2 =$ ……………

8) $36x^2 - 4 =$ ……………

9) $25x^2y^4 - 121 =$ ……………

## C. Factorización por agrupación

0) $ax + bx + ay + by =$

$(ax + bx) + (ay + by) =$

$x(a + b) + y(a + b) =$

$\mathbf{(a + b)\ (x + y)}$

1) $am - bm + an - bn =$

2) $ax - 2bx - 2ay + 4by =$

3) $3m^2 - 6mn + 4m - 8n =$

4) $3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4 =$

5) $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a =$

6) $x + x^2 - xy^2 - y^2 =$

7) $4am^3 - 12amn - m^2 + 3n$

# Factorización de expresiones algebraicas II

**1. Factorización de un trinomio cuadrado perfecto**

El trinomio cuadrado perfecto es el equivalente al cuadrado de la suma o la diferencia de dos cantidades.

$$\boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$$

$$\boldsymbol{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}$$

Cumple con estas características:

- Está formado por tres términos y el primer término y el tercero son positivos.
- El primer término y el tercero tienen raíces cuadradas exactas.
- El segundo término se forma al multiplicar por dos el primer término por el tercero.

**2. Factorización de un trinomio de la forma $\boldsymbol{x^2 + bx + c}$**

El trinomio factorizado es el producto de dos binomios de la forma:

$$\boldsymbol{x^2 + bx + c = (x + p)\,(x + q)}$$

Para factorizar:

- Descomponemos el trinomio en dos factores (binomios). Para ello obtenemos la raíz cuadrada del primer término.
- Elegimos dos números ($p$, $q$) que al sumarse den como resultado el término $\boldsymbol{b}$ y al multiplicarse de cómo resultado el término $\boldsymbol{c}$.

$$p + q = \boldsymbol{b} \quad \rightarrow \quad x^2 + \boldsymbol{b}x + c$$
$$p \bullet q = \boldsymbol{c} \quad \rightarrow \quad x^2 + bx + \boldsymbol{c}$$

- Expresamos el trinomio como producto de dos factores :

$$x^2 + bx + c = \boldsymbol{(x + p)\,(x + q)}$$

## Ejercicio 5

Rellene el círculo de la respuesta correcta a cada pregunta.

1) ¿Cuál es el resultado correcto de factorizar $x^2 + 4x + 4$?
   - ◯ $(x + 2)^2$
   - ◯ $(x + 4)^2$
   - ◯ $(x^2 + 2)^2$

2) ¿Cuál es el resultado correcto de factorizar $x^2 - x - 6$?
   - ◯ $(x - 3)(x - 2)$
   - ◯ $(x + 3)(x + 2)$
   - ◯ $(x - 3)(x + 2)$

3) ¿Cuál es el resultado correcto de factorizar $x^2 + 2x - 8$?
   - ◯ $(x + 4)(x + 2)$
   - ◯ $(x + 4)(x - 2)$
   - ◯ $(x - 4)(x - 2)$

## Ejercicio 6

**A.** Determine cuáles de los siguientes trinomios son cuadrados perfectos. Tiene un ejemplo.

0) $x^2 + 18x + 81 =$ $\sqrt{x^2} = x$ ; $\sqrt{81} = 9$ ; $2 \bullet x \bullet 9 = 18x$ ..... *Sí es trinomio cuadrado perfecto*

1) $m^2 + 2m + 1 =$ ..........

2) $a^2 + 4a + 4 =$ ..........

3) $4x^2 - 6x + 8 =$ ..........

4) $9b^2 - 30b + 25 =$ ..........

5) $4x^2 + 12x + 9 =$ ..........

**B.** Factorice los trinomios cuadrados perfectos. Tiene un ejemplo.

0) $a^2 + 6a + 9 = (a + 3)^2$

1) $a^2 - 6a + 9 =$ ..........

2) $x^2 + 10x + 25 =$ ..........

3) $36a^2 + 12a + 1 =$ ..........

4) $x^2 - 14x + 49 =$ ..........

5) $16m^2 + 72m + 81 =$ ..........

6) $25b^2 - 30b + 9 =$ ..........

7) $x^2 + 20x + 100 =$ ..........

8) $16y^2 - 8y + 1 =$ ..........

9) $64c^2 + 144c + 81 =$ ..........

**C.** Factorice los trinomios cuadrados de la forma $x^2 + bx + c$. Tiene un ejemplo.

0) $x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$

1) $x^2 + 5x + 6 =$ ..........

2) $x^2 - 7x + 12 =$ ..........

3) $x^2 + 7x + 10 =$ ..........

4) $x^2 - 5x + 6 =$ ..........

5) $x^2 + x - 2 =$ ..........

6) $m^2 + 5m - 14 =$ ..........

7) $c^2 + 5c - 24 =$ ..........

8) $a^2 + 7a + 6 =$ ..........

9) $a^2 + 4a + 3 =$ ..........

# Radicación de expresiones algebraicas I

**1.** La **radicación** es la operación inversa a la potenciación, los elementos que la forman son:

signo radical

índice $\sqrt[3]{a^3} = a$ raíz

radicando

Cumple con las reglas siguientes:

### Regla del producto

$$\sqrt[n]{a \bullet b} = \sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b}$$

**Por ejemplo**

$$\sqrt[3]{100b^2} = \sqrt[3]{100} \bullet \sqrt[3]{b^2}$$

### Regla del cociente

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

**Por ejemplo**

$$\sqrt{\frac{4^9}{x^2}} = \frac{\sqrt{4^9}}{\sqrt{x^2}}$$

### Regla de la raíz de una potencia

Cuando el exponente es igual que el índice

$$\sqrt[n]{a^n} = \sqrt[\cancel{n}]{a^{\cancel{n}}} = a$$

**Por ejemplo**

$$\sqrt[4]{x^4} = \sqrt[\cancel{4}]{x^{\cancel{4}}} = x$$

Cuando el exponente es distinto del índice

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

**Por ejemplo**

$$\sqrt{y^4} = y^{4/2} = y^2$$

### Regla para la raíz de una raíz

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \bullet n]{a}$$

**Por ejemplo**

$$\sqrt[2]{\sqrt[3]{2a}} = \sqrt[2\bullet 3]{2a} = \sqrt[6]{2a}$$

## Ejercicio 7

**A.** Resuelva los radicales siguientes de forma directa. Fíjese en el ejemplo.

| | | |
|---|---|---|
| 0) $\sqrt{3^2} =$ 3 | 4) $\sqrt[3]{2^3} =$ ............ | 8) $\sqrt{h^2} =$ ............ |
| 1) $\sqrt{5^2} =$ ............ | 5) $\sqrt[3]{3^3} =$ ............ | 9) $\sqrt{x^2} =$ ............ |
| 2) $\sqrt{2^2} =$ ............ | 6) $\sqrt[3]{5^3} =$ ............ | 10) $\sqrt{y^2} =$ ............ |
| 3) $\sqrt{6^6} =$ ............ | 7) $\sqrt[3]{8^3} =$ ............ | 11) $\sqrt{k^2} =$ ............ |

**B.** Aplique la regla del producto y regla del cociente en cada raíz. Tiene un ejemplo.

0) $\sqrt{25 \cdot 36} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{36} = 5 \cdot 6 = 30$

1) $\sqrt{4 \cdot 25} =$ ..............................

2) $\sqrt{36 \cdot 49} =$ ..............................

3) $\sqrt{\dfrac{81}{100}} =$ ..............................

4) $\sqrt{\dfrac{225}{144}} =$ ..............................

6) $\sqrt{\dfrac{121}{256}} =$ ..............................

**C.** Aplique la regla de la raíz de una potencia y la regla de la raíz de una raíz. Tiene un ejemplo.

0) $\sqrt[3]{\sqrt{64b^6}} = \sqrt[3 \cdot 2]{(2)^6 b^6} = \sqrt[6]{2^6} \bullet \sqrt[6]{b^6} = 2b$

1) $\sqrt[4]{4^4} =$ ..............................

2) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt{100}}} =$ ..............................

3) $\sqrt{x^2} =$ ..............................

4) $\sqrt{\sqrt[5]{\sqrt{y}}} =$ ..............................

6) $\sqrt{\sqrt{16x^4y^4}} =$ ..............................

**D.** Realice las siguientes multiplicaciones y divisiones, si es posible simplifique. Tiene un ejemplo.

0) $\sqrt{2a} \bullet \sqrt{8a^2} = \sqrt{(2 \bullet 8)\, a \bullet a^2} = \sqrt{16\, a^2 \bullet a} = 4a\sqrt{a}$

1) $\sqrt{9m} \bullet \sqrt{4n} =$ ..............................

2) $\sqrt[3]{25x^2z} \bullet \sqrt[3]{5xz^2} =$ ..............................

3) $\dfrac{\sqrt{72x^{12}y^{14}}}{\sqrt{2x^{10}y^{12}}} =$ ..............................

4) $\dfrac{\sqrt{24a^8b^6}}{\sqrt{6a^6b^4}} =$ ..............................

# Radicación de expresiones algebraicas II

## 1. Radicales semejantes

Radicales semejantes son aquellos que tienen el mismo índice y el mismo radicando.

**1.1** Simplificar un radical consiste en expresar un radical en su forma más simple.

## 2. Suma y resta de radicales

La suma y la resta solo se pueden realizar si el índice del radical y el radicando son iguales. Para realizar las sumas y las restas se operan los coeficientes externos y se copian índice y radicando.

$$a\sqrt[n]{d} + b\sqrt[n]{d} - c\sqrt[n]{d} = \mathbf{(a + b - c)\sqrt[n]{d}}$$

## 3. Multiplicación y división de radicales

**3.1** Para multiplicar radicales con índices iguales, se multiplican los radicandos y de ser posible se simplifica el resultado.

$$\sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b} \bullet \sqrt[n]{c} = \mathbf{\sqrt[n]{a \bullet b \bullet c}}$$

**3.2** Para dividir radicales con índices iguales aplicamos la propiedad del cociente para raíces con el mismo índice.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

## Ejercicio 8

Rellene el círculo de la respuesta correcta a cada pregunta.

1) ¿Cuál de los radicales siguientes es semejante $a\sqrt{2x}$ ?
   - ○ $2\sqrt{x}$
   - ○ $-3\sqrt{2x}$
   - ○ $-x\sqrt{2}$

2) ¿Cómo queda el radical al simplificar $\sqrt{8}$ ?
   - ○ $\sqrt{2}$
   - ○ $\sqrt{4 \bullet 2}$
   - ○ $2\sqrt{2}$

3) ¿Cómo deben ser el índice y el radicando de dos o más radicales para sumarlos o restarlos?
   - ○ Iguales
   - ○ Diferentes
   - ○ Simplificados

4) ¿Cuál de las expresiones siguientes es correcta?
   - ○ $\sqrt{9 \bullet 16} = 9\sqrt{16}$
   - ○ $\sqrt{9 \bullet 16} = \sqrt{9} \bullet \sqrt{16}$
   - ○ $\sqrt{9 \bullet 16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$

## Ejercicio 9

Practique las operaciones con radicales que indica cada inciso.

**A.** Resuelva las sumas y restas de radicales semejantes. Tiene un ejemplo.

0) $2c\sqrt{b} + 4c\sqrt{b} = (2c + 4c)\sqrt{b} = 6c\sqrt{b}$

1) $6a\sqrt{x} + 7a\sqrt{x} =$ ..........

2) $15xy\sqrt{7z} - 14xy\sqrt{7z} =$ ..........

3) $8m\sqrt{2\text{n}} - 4\sqrt{2n} - 3\sqrt{2n} =$ ..........

4) $6x^2\sqrt{26} + 8x^2\sqrt{26} =$ ..........

5) $7y\sqrt[3]{3xy} + 15y\sqrt[3]{3xy} - 20y\sqrt[3]{3xy} =$ ..........

**B.** Simplifique para convertir los radicales en radicales simples y luego sume o reste. Tiene un ejemplo.

0) $6\sqrt{5a} - \sqrt{45a} = (6\sqrt{5a}) - (\sqrt{3^2 \cdot 5a}) = 6\sqrt{5a} - 3\sqrt{5a} = 6 - 3\sqrt{5a} = 3\sqrt{5a}$

1) $\sqrt{45b} - \sqrt{80b} =$ ..........

2) $\sqrt{175c} + \sqrt{63c} =$ ..........

3) $\sqrt{20x} - \sqrt{5x} =$ ..........

4) $\sqrt{27y} + \sqrt{12y} =$ ..........

5) $\sqrt[3]{24z} - \sqrt[3]{4z} =$ ..........

**B.** Simplifique los radicales en radicales simples y luego multiplique. Tiene un ejemplo.

0) $\sqrt{8x^3y} \cdot \sqrt{4xy^5} = \sqrt{8 \cdot 4x^{3+1}y^{5+1}} = \sqrt{32x^4y^6} = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{2x^4y^6} = 4x^2y^3\sqrt{2}$

1) $\sqrt{5xy^6} \cdot \sqrt{6x^3y} =$ ..........

2) $\sqrt[4]{9\text{x}^2} \cdot \sqrt[4]{9\text{x}^2} =$ ..........

3) $\dfrac{\sqrt{32x^4y^3}}{\sqrt{8xy}} =$ ..........

4) $\dfrac{\sqrt{75x^8y^4}}{\sqrt{3x^5y^3}} =$ ..........

5) $\sqrt{12x^2y} \cdot \sqrt{6xy^3} =$ ..........

# Ecuaciones de segundo grado I

**1.** Una ecuación cuadrática o de segundo grado se caracteriza porque la incógnita está elevada al exponente dos, $x^2$. En general, se representa como:

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$$

Donde:

- $\boldsymbol{ax^2}$ es el término cuadrático y si está formado por un coeficiente numérico ($a$) este es siempre distinto de cero.
- $\boldsymbol{bx}$ es el término de primer grado, puede estar formado por un coeficiente numérico ($b$) y la variable ($x$) o solo por la variable.
- $\boldsymbol{c}$ es el término independiente formado por un coeficiente numérico.

Los términos $b$ y $c$ pueden representar cualquier número real. El término a también puede ser cualquier número real distinto de cero.

**1.1 Clasificación de las ecuaciones cuadráticas**

**a. Completa:** cuando los tres coeficientes numéricos $a$, $b$, y $c$ son distintos de cero.

**b. Incompleta:** cuando falta el término de primer grado $bx$, el término independiente ($c$) o ambos.

**2.** **Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización** consiste en tomar el trinomio $ax^2 + bx + c = 0$ de la ecuación cuadrática y expresarlo como producto de sus factores. Seguimos estos pasos:

- Obtenemos la raíz cuadrada del término cuadrático $x^2$. El resultado será el primer término en cada binomio.
- Buscamos dos números que cumplan la doble condición:
  a. Su suma es igual al término de primer grado, $b$
  b. Su producto es igual al término independiente, $c$
- Formados los binomios, los igualamos a cero.
- De nuevo igualamos a cero cada factor y despejamos la variable.

## Ejercicio 10

Rellene el círculo de la opción que responde correctamente a cada pregunta.

1) ¿Cuál es la característica principal que identifica a una ecuación cuadrática?
   - ○ Tiene variable $x$
   - ○ Se compone de tres términos
   - ○ El mayor exponente de la variable es 2

2) ¿Cuál de las ecuaciones siguientes es una ecuación cuadrática?
   - ○ $2x + 4 = 12$
   - ○ $2x + 2y = 0$
   - ○ $x^2 – 2x = 1$

## Ejercicio 11

**A.** Observe cada ecuación e indique si se trata de una ecuación cuadrática o una ecuación de primer grado. Tiene un ejemplo.

0) $3x^2 - 4x = 0$ *Es cuadrática*
1) $2x^2 - 3 = 0$ ……………
2) $8x + 6 = 0$ ……………
3) $3x - x + 2 = 0$ ……………
4) $x^2 + x = 0$ ……………
5) $5w^2 - 16w + 3 = 0$ ……………

**B.** Observe las ecuaciones cuadráticas y escriba si se trata de una ecuación cuadrática completa o incompleta. Tiene un ejemplo.

0) $x^2 + x - 12 = 0$ *Ecuación cuadrática completa*
1) $x^2 - 49 = 0$ ……………
2) $2x^2 - 32x = 0$ ……………
3) $x^2 + 15x + 8 = 0$ ……………
4) $z^2 + 16z + 64z = 0$ ……………
5) $x^2 - 9 = 0$ ……………

## Ejercicio 12

Resuelva las siguientes ecuaciones por factorización, realice el procedimiento en su cuaderno. Fíjese en el ejemplo.

0) $x^2 + 3x - 54 = 0$ $(x + 9)(x - 6) = 0,$ $x_1 = -9$ $x_2 = 6$
1) $x^2 + 7x + 10 = 0$ ……………
2) $x^2 - 8x + 15 = 0$ ……………
3) $x^2 - x - 20 = 0$ ……………
4) $x^2 - 11x + 30 = 0$ ……………
5) $x^2 + 11x + 24 = 0$ ……………
6) $x^2 + 7x + 10 = 0$ ……………
7) $x^2 - 5x + 6 = 0$ ……………
8) $x^2 + 3x - 10 = 0$ ……………
9) $x^2 + x - 2 = 0$ ……………
10) $a^2 + 4a + 3 = 0$ ……………
11) $m^2 + 5m - 14 = 0$ ……………
12) $x^2 - 3x + 2 = 0$ ……………

# Ecuaciones de segundo grado II

Otra forma de resolver ecuaciones cuadráticas es aplicar la fórmula de Vieta:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Donde:

- $x$: representa las dos soluciones de la ecuación cuadrática ($x_1$ y $x_2$)
- $b$: es el coeficiente del término de primer grado $bx$. A la izquierda del radical, se debe multi plicar por el signo menos (–) y dentro del radical se eleva al cuadrado.
- ±: indica que algunas raíces tienen dos resultados: uno positivo y otro negativo.

  Por ejemplo: $\sqrt{9} = \pm 3$ porque: $3^2 = 3 \times 3 = 9$

  $(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$
- $-4$: es un factor constante.
- $a$: es el coeficiente del término cuadrático ($ax^2$) y nunca es igual a cero. Dentro del radical, se debe multiplicar por –4 y por $c$. En el denominador se debe multiplicar por 2.
- **2**: es un factor constante en el denominador.

Para resolver una ecuación cuadrática con la fórmula de Vieta seguimos estos pasos:

- Escribimos la fórmula e identificamos los valores numéricos de $a$, $b$ y $c$.
- Sustituimos los valores numéricos de $a$, $b$ y $c$ en la fórmula.
- Resolvemos todas las operaciones del radical.
- Subdividimos la expresión en $x_1$, con signo +, y $x_2$ con signo –.
- Resolvemos cada expresión para obtener los valores de $x_1$ y $x_2$.

## Ejercicio 13

Identifique los coeficientes $a$, $b$ y $c$ en cada ecuación cuadrática y escriba los valores sobre las líneas. Tiene un ejemplo.

0) $x^2 - 15x + 50 = 0$ $a = 1,$ $b = -15,$ $c = 50$

1) $4x^2 + 20x + 25 = 0$ $a =$ ........ $b =$ ........ $c =$ ........

2) $3x^2 + 13x + 4 = 0$ $a =$ ........ $b =$ ........ $c =$ ........

3) $6x^2 + 11x - 10 = 0$ $a =$ ........ $b =$ ........ $c =$ ........

## Ejercicio 14

Aplique la fórmula de Vieta para resolver las ecuaciones cuadráticas. Fíjese en el ejemplo.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

0) $x^2 + 3x - 10 = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = \mathbf{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 - 7}{2} = \frac{-10}{2} = \mathbf{-5}$$

1) $3y^2 + y - 2 = 0$

2) $x^2 - 12x + 20 = 0$

3) $2x^2 - 10x + 12 = 0$

4) $5w^2 - 16w + 3 = 0$

5) $4x^2 - 4x - 48 = 0$

6) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

7) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

## Ejercicio 15

Aplique una ecuación cuadrática para resolver los problemas.

1) El largo de un terreno rectangular mide 10 metros más que su ancho. Si el área mide 75 m$^2$, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?

2) La edad de Andrea es 3 años mayor que Alberto. Si el producto de sus edades igual a 180, ¿cuál es la edad de cada uno?

# Gráfica de funciones cuadráticas

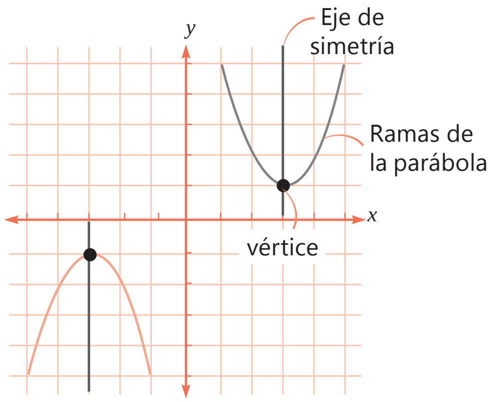
**1. Función cuadrática**

Una función cuadrática es aquella en la cual el mayor exponente de la variable en la expresión algebraica es 2. Las funciones se representan con letras minúsculas, generalmente $f$, $g$, $h$. La función cuadrática se puede escribir como una ecuación de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

**2. Gráfica de la función cuadrática**

La figura geométrica que representa a una función cuadrática es una **parábola.** Esta es una curva abierta simétrica respecto a una línea recta o eje. La parábola tiene las siguientes características:




- Orientación o concavidad
- Puntos de la parábola
- Eje simétrico
- Vértice

**Para dibujar la gráfica de una ecuación cuadrática seguimos estos pasos:**

- Sustituimos los valores del intervalo en $x$. Generalmente el intervalo es [–2, 2].
- Trasladamos los valores obtenidos a una tabla. En la fila superior escribimos los elementos de $x$ y en la fila inferior escribimos los valores de la función $y$.
- Graficamos la función en un diagrama cartesiano con los pares ordenados $(x, y)$ resultantes.

## Ejercicio 16

A continuación se le presenta una serie de funciones cuadráticas. Indique si la gráfica de cada una se abre hacia **arriba** o hacia **abajo**. Explique su respuesta. Tiene un ejemplo.

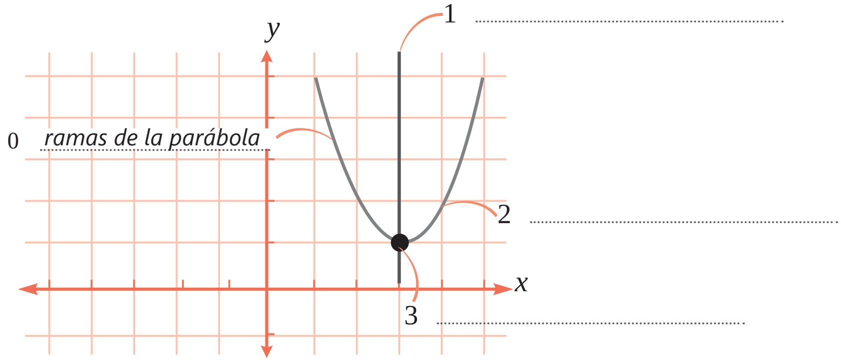
0) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ hacia arriba, porque el valor de *a* es positiva

1) $f(x) = 2x^2 - 1$ ..............................

2) $f(x) = -x^2 + 3$ ..............................

## Ejercicio 17

Escriba sobre la línea el nombre de las partes de la parábola que señala cada numeral. Tiene un ejemplo.




## Ejercicio 18

Elabore una tabla de valores para cada función. Asigne los valores indicados para la variable $x$. Le ayudamos el primer valor del inciso 1.

1) $\boldsymbol{f(x) = x^2 - 2}$

$f(-2) =$ $(-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

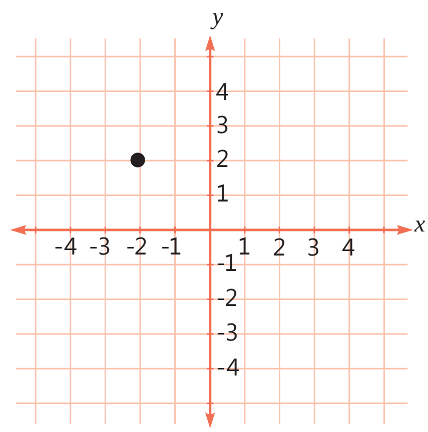
$f(-1) =$ ..................

$f(0) =$ ..................

$f(1) =$ ..................

$f(2) =$ ..................

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| –2 | **2** |
| –1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |




2) $\boldsymbol{f(x) = -x^2 + 4}$

$f(-2) =$ ..................

$f(-1) =$ ..................

$f(0) =$ ..................

$f(1) =$ ..................

$f(2) =$ ..................

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| –2 | |
| –1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |